ACADÉMIE DES SCIENCES.

SÉANCE DU LUNDI 12 JANVIER 1931.

PRÉSIDENCE DE M. Louis de LAUNAY.

MÉMOIRES ET COMMUNICATIONS

DES MEMBRES ET DES CORRESPONDANTS DE L'ACADÉMIE.

M. G. Urbain, membre de la Délégation française du Comité international des *Tables annuelles de Constantes et Données numériques*, en déposant sur le Bureau un Ouvrage publié récemment par ce Comité, s'exprime comme il suit :

J'ai l'honneur de présenter à l'Académie, au nom du Comité International des Tables de Constantes, la *Table des Matières* des volumes I à V de cette importante collection correspondant à la période 1910-1922.

Cet Ouvrage présente un intérêt exceptionnel. Tous ceux qui ont besoin de documentation numérique savent que les recherches dans les *Recueils de Constantes* présentent toujours une certaine difficulté, surtout pour ceux qui ne sont pas appelés à les consulter quotidiennement. Il n'est pas non plus possible, sans une peine et des pertes de temps considérables, de savoir quelles ont été les déterminations effectuées sur une substance donnée.

La Table des Matières que nous présentons à l'Académie représente à ce point de vue un progrès sur lequel il convient d'insister. Elle permet en effet grâce à une méthode systématique de classement de savoir si un corps chimique ou une substance quelconque (minérale, animale, végétale, technique, etc.) ont été étudiés au point de vue quantitatif dans la période 1910-1922, de connaître dans l'affirmative les déterminations dont elle est l'objet, et enfin de retrouver sans aucune peine les nombres correspondants dans les volumes eux-mêmes.

Cette Table constitue, par suite, dans la littérature documentaire un progrès indéniable et d'autant plus important qu'avec le développement

incessant des recherches scientifiques et techniques, l'effort demandé par la documentation devient de jour en jour plus considérable.

La rédaction de cet Ouvrage a demandé à son auteur M. Kravtzoff un effort de plusieurs années; tous ceux qui utilisent les *Tables annuelles de Constantes* doivent lui être reconnaissants. Nous devons également ne pas oublier le Secrétaire général du Comité international, M. C. Marie, qui depuis plus de vingt ans s'est consacré à la publication de ces Tables qui constituent à l'heure actuelle une source de renseignements d'une inestimable valeur.

CORRESPONDANCE.

Le **Consejo de la Federación Española de Sociedades Químicas** invite l'Académie à se faire représenter au *IXe Congrès universel de Chimie pure et appliquée*, qui aura lieu à Madrid au printemps de 1932.

M. le **Secrétaire perpétuel** signale, parmi les pièces imprimées de la Correspondance :

1° J. Le Roux. *Principes mathématiques de la théorie de la gravitation.*

2° Jacques de Lapparent. *Les bauxites de Provence.* (Présenté par M. de Launay.)

3° Les trois premiers tomes (1923-1929) des *Annales de l'École nationale des Eaux et Forêts et de la Station de recherches et expériences forestières.* (Présenté par M. L. Mangin.)

4° Ministère de l'Agriculture. Administration des Eaux et Forêts. *Commission des ennemis des arbres, des bois abattus et des bois mis en œuvre.* Bulletins n°s 1-6. (Présenté par M. L. Mangin.)

5° E. Guyénot. *L'Hérédité.* (Présenté par M. M. Caullery.)

CALCUL DES PROBABILITÉS. — *Sur le problème du schéma des urnes.* Note [1] de M. **A. Guldberg**, transmise par M. Émile Borel.

M. Borel définit le problème général de la statistique mathématique :

Déterminer un système de tirages effectués dans des urnes de composition fixe, de telle manière que les résultats d'une série de tirages, interprétés à l'aide de coefficients fixes convenablement choisis, puissent avec une très grande vraisemblance conduire à un tableau identique au tableau des observations.

Je considère le cas dit normal :

Une série statistique soit donnée. Établir les critères nécessaires et suffisants pour qu'elle puisse être représentée — approximativement — par une fonction de fréquence.

Dans la présente Note j'établis ces critères et je montre l'avantage qu'on peut tirer de l'équation aux différences finies de la fonction de fréquence. Pour fixer les idées je considère la fonction de fréquence binome

$$f(x)=\binom{k}{x}p^x(1-p)^{k-x},$$

$f(x)$ est la probabilité pour qu'un événement E, dont la probabilité est p, ait lieu x fois dans un nombre donné k d'épreuves.

L'équation aux différences finies de $f(x)$ est

$$(1)\qquad f(x+1)=\frac{p}{1-p}\,\frac{k-x}{x+1}f(x).$$

Je désigne le moment du $r^{\text{ième}}$ ordre (autour de l'origine) par σ_r où

$$\sigma_r=\sum_0^k x^r f(x).$$

J'écris l'équation (1)

$$(1-p)(1+x)f(x+1)=pkf(x)-pxf(x).$$

Je multiplie cette équation par $(1+x)^n$ et prends la somme de x de 0 à k. En remarquant que $f(k+1)=0$ on a, après une petite réduction, la for-

(1) Séance du 5 janvier 1931.

mule de récurrence

$$\sigma_{n+1} = pk\sigma_n + \binom{n}{1} pk\sigma_{n-1} + \ldots + pk$$
$$- p\binom{n}{1}\sigma_n - p\binom{n}{2}\sigma_{n-1} \ldots \sigma_1.$$

Pour $n = 0, 1$, on a les résultats connus

$$\sigma_1 = pk, \qquad \sigma_2 = p^2k^2 + pk - p^2k.$$

Comme on sait (J. Steffeneen, *Matematisk iagtagelser laere*, p. 35), les $(k+1)$ premiers moments ou les $(k+1)$ premiers semi-invariants sont équivalents à la fonction de fréquence $f(x)$.

Désignons le semi-invariant du $r^{\text{ième}}$ ordre par μ_r, ou

$$\mu_1 = \sigma_1 = pk,$$

et la formule de récurrence, donnée par M. R. Frisch,

$$\mu_r = p(1-p)\frac{\partial \mu_{r-1}}{\partial p}.$$

Éliminant les constantes p et k entre les $(k+1)$ premiers moments ou les $(k+1)$ premiers semi-invariants, on aura les équations de condition nécessaires et suffisantes pour que ces fonctions représentent la fonction de fréquence binome. Les deux premières équations entre les semi-invariants sont :

$$\frac{\mu_3\mu_1}{2\mu_2^2 - \mu_1\mu_2} = 1, \qquad \frac{\mu_4\mu_1^2}{\mu_1^2\mu_2 - 6\mu_1\mu_2 + 6\mu_2^2} = 1.$$

Soit donnée une série statistique $H(x)$, $x = 0, 1, \ldots, k$. On forme les semi-invariants de la série donnée. Si les semi-invariants de la série satisfont (approximativement) les équations de conditions des semi-invariants de la fonction de fréquence binome, la série peut se représenter (approximativement) par la fonction de fréquence binome.

La méthode est générale, elle s'applique aussi aux fonctions de fréquences continues, les conditions de convergences des moments supposés.

On peut aussi procéder de la manière suivante :

En exprimant les constantes p et k par les deux premiers semi-invariants, on peut donner à l'équation (1) la forme

$$\psi(x) \equiv \frac{f(x+1)}{f(x)}(x+1) + \frac{\mu_1 - \mu_2}{\mu_2^1}x = \frac{\mu_1^2}{\mu_2}.$$

Pour la fonction de fréquence binome $\psi(x)$ est toujours const. $= \frac{\mu_1^2}{\mu_2}$.

Il faut donc que l'expression $\psi(x)$, formée par la série statistique donnée,

pour $x = 0, 1, \ldots, k$, soit (approximativement) constante égale à $\frac{\mu_1^2}{\mu_2}$, si la série est (approximativement) représentée par la fonction de fréquence binome.

Ce procédé est général. Son application aux fonctions de fréquence (Poisson, *Hypergéométrie*) est facile.

GÉOMÉTRIE DES MASSES. — *Sur les propriétés géométriques des ellipses d'inertie d'un système plan.* Note de M. **David Wolkowitsch**, présentée par M. M. d'Ocagne.

En appliquant les propriétés utilisées dans mon Ouvrage *Applications de la Géométrie à la Stabilité des constructions*, j'ai pu démontrer, par voie géométrique, plusieurs propriétés générales intéressantes dont quelques-unes avaient été obtenues par les méthodes analytiques.

Soit O le centre de gravité d'un système de masses M_i, appliquées aux points P_i du plan; appelons R_i la distance du point P_i à une droite D du plan; nous pouvons déterminer un certain point d, centre de gravité du système des M_iR_i.

1. Le point d et la droite D se correspondent dans une transformation dualistique réciproque dont la conique de base est une ellipse ε, conjuguée de l'ellipse centrale d'inertie E du système M_i (Maurice Levy a montré que la droite D était l'antipolaire du point d dans l'ellipse E).

2. Considérons l'ellipse E′ d'inertie du système des M_i par rapport à un point quelconque du plan O′, dont les coordonnées sont α, β, rapportées aux axes de l'ellipse centrale E; soit en outre ω l'antipolaire du point O′ dans l'ellipse E; elle est parallèle au diamètre OV conjugué de la direction OO′ dans cette même ellipse.

Les directions OV et OO′ sont conjuguées dans l'ellipse E′, autrement dit les directions asymptotiques des ellipses E et E′ sont conjuguées harmoniques par rapport aux directions OO′ et OV.

3. Les ellipses E′ dépendent de deux paramètres; elles sont, en effet, déterminées par les deux coordonnées de leurs centres. Or il existe une ellipse E′ et une seule tangente à deux droites du plan, c'est-à-dire satisfaisant à deux conditions linéaires tangentielles; les ellipses E′ forment donc un *réseau linéaire tangentiel*. Leur équation tangentielle est d'ailleurs

$$a^2u^2 + b^2v^2 - w^2 - 2w(\alpha u + \beta v) = 0.$$

4. Ces ellipses sont par suite assujetties à trois conditions, parmi elles se trouve la condition 2. Les deux autres conditions consistent à être bitangentes aux asymptotes de l'ellipse centrale, la corde des contacts est la droite ω. Déjà obtenue par le calcul par Culmann (*Graphische Statik*) cette propriété se démontre en constatant la coïncidence du faisceau des diamètres conjugués de l'ellipse E avec le faisceau involutif des droites issues de O et conjuguées dans l'ellipse E'.

On voit de même que les asymptotes des ellipses E' enveloppent l'ellipse ε.

5. Si l'ellipse centrale est un cercle, le centre de gravité O est foyer commun à toutes les ellipses E'.

6. L'ellipse E' devient un cercle quand O' coïncide avec un des foyers de l'ellipse ε; ces deux points sont réels et situés sur le petit axe de l'ellipse E.

7. Les tangentes communes réelles, à deux ellipses E' quelconques, sont parallèles à la ligne des centres.

8. Les cordes communes aux ellipses E' et E sont deux parallèles à ω équidistantes de cette dernière.

Considérons les cordes réelles communes à une ellipse E'_1 fixe et à une ellipse E' variable, dont le centre O' varie sur une droite Δ qui passe par O'_1; ces cordes communes passent par un point fixe, antipôle de Δ dans l'ellipse centrale.

9. La Cayleyenne du réseau dégénère en le point O et en une conique qui n'est autre que l'ellipse ε.

La Hessienne, qui comprend déjà les deux asymptotes de l'ellipse centrale, comprend aussi la droite de l'infini, polaire du point O par rapport à l'ellipse ε.

Le lieu des centres des ellipses E' dont les ellipses conjuguées ε' sont harmoniquement circonscrites à l'ellipse E est cette ellipse elle-même.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *La caractéristique analytique des singularités d'intégrales de systèmes d'équations différentielles linéaires à coefficients rationnels arbitraires.* Note de M. **J. A. Lappo-Danilevski**, transmise par M. Hadamard.

Nous avons établi [1] que la matrice intégrale $Y(x)$ du système

$$\frac{dY}{dx} = \sum_{h=1}^{m} \sum_{r=1}^{s} \frac{YU_h^{(r)}}{(x-a_h)^r},$$

(1) *Comptes rendus*, **188**, 1929, p. 848.

se réduisant à I pour $x=b$, est représentable sous la forme

$$Y(x)=E_j(x)\,\overline{Y}_j(x),$$

où

$$E_j(x)=(x-a_j)^{W_j^{(1)}}\left[I+\sum_{p=1}^{\infty}C_j^{(p)}\frac{1}{(x-a_j)^p}\right],$$

est la matrice intégrale d'un système élémentaire

$$\frac{dE_j}{dx}=\sum_{r=1}^{s}\frac{E_j W_j^{(r)}}{(x-a_j)^r},$$

et les matrices $\overline{Y}_j(x)$ et $\overline{Y}_j(x)^{-1}$ restent holomorphes dans un voisinage du point a_j. Nous avons indiqué que les matrices $W_j^{(r)}$ $(r=1, \ldots, s)$, qui caractérisent la nature de la singularité de la matrice $Y(x)$ au point a_j, sont des fonctions holomorphes des matrices $U_h^{(r)}$ $(h=1, \ldots, m; r=1, \ldots, s)$ au voisinage du système des matrices nulles, représentables dans ce voisinage par les séries de composition. Nous allons construire maintenant des représentations analytiques des matrices $W_j^{(r)}$, valables dans tout le domaine de leur existence. A cet effet nous introduisons les matrices $F_j(x)$ et $G_j(x)$, définies sur un contour (a_j) entourant le point a_j, et à l'intérieur de ce contour à l'aide des équations intégrales [1]

$$(1)\quad \begin{cases} F_j(x)=Y(x)^{-1}(x-a_j)^{W_j^{(1)}} \\ \qquad +\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{(a_j)}F_j(\xi)\left[I-(\xi-a_j)^{-W_j^{(1)}}Y(\xi)\,Y(x)^{-1}(x-a_j)^{W_j^{(1)}}\right]\frac{x-a_j}{\xi-a_j}\,\frac{d\xi}{\xi-x}, \\ G_j(x)=(x-a_j)^{-W_j^{(1)}}Y(x) \\ \qquad +\dfrac{1}{2\pi i}\displaystyle\int_{(a_j)}\left[I-(x-a_j)^{-W_j^{(1)}}Y(x)Y(\xi)^{-1}(\xi-a_j)^{W_j^{(1)}}\right]G_j(\xi)\frac{x-a_j}{\xi-a_j}\,\frac{d\xi}{\xi-x}. \end{cases}$$

où $2\pi i W_j^{(1)}=\log V_j$ est une détermination analytique arbitraire du logarithme de la substitution V_j que subit la matrice $Y(x)$, quand la variable x décrit un circuit entournant le point a_j. Les matrices $Y(x)$ et V_j sont des fonctions entières des matrices $U_h^{(r)}$, représentables par les séries de composition que nous avons établies dans notre Note mentionnée ci-dessus. Outre cela on a la représentation [2]

$$\log V_j=\sum_{k=1}^{n-1}\lambda_j^{(k)}V_j^k,$$

(1) Cf. Birkhoff, *Math. Ann.*, **74**, 1913, p. 124.

(2) Voir la formule (6) de notre Note (*Comptes rendus*, **189**, 1929, p. 1235).

où $\lambda_j^{(k)}$ sont des fonctions rationnelles des nombres caractéristiques de la matrice V_j et des fonctions linéaires des logarithmes de ces nombres caractéristiques. Donc, la matrice $(x-a_j)^{-W_j^{(1)}}Y(x)$ est une fonction entière des matrices $U_h^{(r)}$ et des paramètres $\lambda_j^{(k)}$ et l'on démontre le même résultat pour la matrice inverse. Il en résulte que les solutions $F_j(x)$ et $G_j(x)$ des équations intégrales (1) sont des fonctions méromorphes des matrices $U_h^{(r)}$ et des paramètres $\lambda_j^{(k)}$, dont on obtient les expressions explicites à l'aide des formules (3), (5) et (6) de notre Note précédente [1]. On déduit aisément des équations (1) la relation

$$Y(x) = K_j(x)\,T_j(x),$$

où

$$K_j(x) = (x-a_j)^{W_j^{(1)}} \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{(x-a_j)^p} \frac{1}{2\pi i} \int_{(a_j)} G_j(\xi)\,(\xi-a_j)^{p-1}\,d\xi$$

est une matrice intégrale d'un système élémentaire

$$\frac{dK_j}{dx} = \sum_{r=1}^{s} \frac{K_j H_j^{(r)}}{(x-a_j)^r}$$

et la matrice

$$T_j(x) = I - \frac{1}{2\pi i} \int_{(a_j)} F_j(\xi)\,(\xi-a_j)^{-W_j^{(1)}}\,Y(\xi)\,\frac{x-a_j}{\xi-a_j}\,\frac{d\xi}{\xi-x}$$

est holomorphe par rapport à x dans un voisinage du point a_j. Outre cela, on a

$$K_j(x)^{-1} = \sum_{p=0}^{\infty} \frac{1}{(x-a_j)^p} \frac{1}{2\pi i} \int_{(a_j)} F_j(\xi)\,(\xi-a_j)^{p-1}\,d\xi\,(x-a_j)^{-W_j^{(1)}},$$

$$T_j(x)^{-1} = I - \frac{1}{2\pi i} \int_{(a_j)} Y(\xi)^{-1}\,(\xi-a_j)^{W_j^{(1)}}\,G_j(\xi)\,\frac{x-a_j}{\xi-a_j}\,\frac{d\xi}{\xi-x}$$

et les matrices $H_j^{(r)}$ se trouvent définies par les formules

$$H_j^{(r)} = \frac{1}{2\pi i} \int_{(a_j)} K_j(x)^{-1}\,\frac{dK_j(x)}{dx}\,(x-a_j)^{r-1}\,dx \qquad (r = 1, \ldots, s).$$

On établit ensuite que les matrices $T_j(x)$, $\bar{Y}_j(x)$, $H_j^{(r)}$, $W_j^{(r)}$ sont liées par les relations

$$\bar{Y}_j(x) = \int_{(a_j)} \frac{G_j(\xi)}{\xi-a_j}\,d\xi\,T_j(x); \qquad W_j^{(r)} = \int_{(a_j)} \frac{G_j(\xi)}{\xi-a_j}\,d\xi\,H_j^{(2)} \int_{(a_j)} \frac{F_j(\xi)}{\xi-a_j}\,d\xi.$$

---

(1) *Comptes rendus*, **191**, 1930, p. 1112.

On démontre ainsi que les matrices $W_j^{(r)}$, caractérisant la nature de la singularité de la matrice $Y(x)$ au point a_j, sont des fonctions méromorphes des matrices $U_h^{(r)}$ et des paramètres $\lambda_j^{(k)}$ et l'on obtient leurs représentations générales sous forme de quotients de fonctions entières.

ANALYSE MATHÉMATIQUE. — *Nouvelle méthode de réduction du problème biharmonique fondamental à une équation de Fredholm.* Note de M. N. Mouskhelichvili (Muschelišvili), transmise par M. Hadamard.

Je vais montrer que la méthode des intégrales de Cauchy qui m'a permis de résoudre, d'une façon élémentaire, le problème biharmonique à deux dimensions (et les problèmes relatifs d'élasticité) pour certains domaines particuliers ([1]), fournit aussi la solution complète dans le cas du domaine arbitraire S (fini ou infini) limité par un contour fermé, simple C. Cette fois-ci on est conduit à une équation de Fredholm, d'ailleurs fort simple.

Toute solution $U(x, y)$ de l'équation $\Delta\Delta U = 0$ sera dite *fonction biharmonique* dans S, si les dérivées $\frac{\partial U}{\partial x}$, $\frac{\partial U}{\partial y}$ sont des fonctions *uniformes*, régulières et *bornées* dans S. *Le problème biharmonique fondamental*, auquel se ramène un grand nombre de problèmes d'élasticité, consiste à trouver une fonction biharmonique d'après les conditions aux limites

$$\frac{\partial U}{\partial x} = u, \qquad \frac{\partial U}{\partial y} = v \quad (\text{sur } C), \tag{1}$$

u, v étant des fonctions données de l'arc de C. Le problème est dit *intérieur* ou *extérieur*, selon que S est fini ou infini. On vérifie aisément que la solution (si elle existe) est unique, à une constante additive près.

D'après une formule de M. Goursat ([2]), on a toujours :

$$2U = \bar{z}\varphi_1(z) + z\bar{\varphi}_1(\bar{z}) + \psi_2(z) + \bar{\psi}_2(\bar{z}),$$

en désignant par $\varphi_1(z)$, $\psi_2(z)$ des fonctions analytiques de la variable

---

([1]) Cf. *Sur l'intégration de l'équation biharmonique* (*Bull. de l'Acad. des Sc. de Russie*, 2, 1919, p. 663); *Applications des intégrales analogues à celles de Cauchy*, Tiflis, édition de l'Université, 1922. La connaissance de ces travaux n'est pas indispensable pour comprendre ce qui suit.

([2]) E. Goursat, *Sur l'équation* $\Delta\Delta U = 0$ (*Bull. de la Soc. math. de France*, 26, 1898, p. 236).

complexe $z = x + iy$ et en indiquant par le trait le passage à l'expression conjuguée. On en déduit :

$$(2) \qquad \frac{\partial U}{\partial x} + i\frac{\partial U}{\partial y} = \bar{\psi}_1(\bar{z}) + z\bar{\varphi}'_1(\bar{z}) + \varphi_1(z) \quad \text{avec} \quad \psi_1(z) = \frac{d\psi_2(z)}{dz}.$$

Dans le cas intérieur, les fonctions $\varphi_1(z)$ et $\psi_1(z)$ sont holomorphes dans S. On voit immédiatement qu'on peut toujours fixer arbitrairement les valeurs de $\varphi_1(0)$ et de la partie imaginaire de $\varphi'_1(0)$, en supposant que $z = 0$ appartient à S. Dans le cas extérieur, on peut toujours supposer φ_1 et ψ_1 holomorphes même pour $z = \infty$ et fixer arbitrairement la valeur de $\varphi_1(\infty)$. Cela fait, il ne reste rien d'arbitraire dans le choix des fonctions φ_1 et ψ_1. Dans ce qui suit, nous admettrons $\varphi_1(0) = 0$ (cas intérieur) ou $\varphi_1(\infty) = 0$ (cas extérieur).

Soit maintenant $z = \omega(\zeta)$ la relation qui effectue la représentation conforme de S sur le cercle $|\zeta| \leq 1$. Nous admettrons que le contour C est suffisamment régulier pour que $\omega(\zeta)$, $\omega'(\zeta)$, $\omega''(\zeta)$ soient continues et $\omega'(\zeta) \neq 0$ sur la circonférence γ de ce cercle. Dans le cas de S infini, nous supposerons, ce qui est toujours permis, que $\omega(z) = \frac{c}{\zeta} +$ fonction holomorphe à l'intérieur de γ. En posant $\varphi(\zeta) = \varphi_1[\omega(\zeta)]$, $\psi(\zeta) = \psi_1[\omega(\zeta)]$ et en désignant par σ un point sur γ, on peut écrire les conditions aux limites sous la forme

$$(3) \qquad \bar{\psi}(\bar{\sigma}) + \frac{\omega(\sigma)}{\bar{\omega}'(\bar{\sigma})}\bar{\varphi}'(\bar{\sigma}) + \varphi(\sigma) = u + iv.$$

Multiplions cette relation par $\frac{1}{2\pi i}\frac{d\sigma}{\sigma - \zeta}$, ζ étant *un point arbitraire à l'intérieur de* γ, et intégrons le long de γ; effectuons la même opération sur l'équation qu'on déduit de (3) en y remplaçant i par $-i$. En remarquant que pour toute fonction $f(\zeta)$, holomorphe à l'intérieur de γ et continue sur γ, on a

$$(4) \qquad \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{\overline{f(\zeta)}}{\sigma - \zeta}\, d\sigma = \bar{f}(0)$$

et que $\varphi(0) = 0$, on obtient les deux équations

$$(5) \qquad \varphi(\zeta) + \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{\omega(\sigma)}{\bar{\omega}'(\bar{\sigma})}\bar{\varphi}'(\bar{\sigma})\frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} + \alpha - i\beta = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{u + iv}{\sigma - \zeta}\, d\sigma = A(\zeta),$$

$$(6) \qquad \psi(\zeta) + \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{\bar{\omega}(\bar{\sigma})}{\omega'(\sigma)}\varphi'(\sigma)\frac{d\sigma}{\sigma - \zeta} = \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{u - iv}{\sigma - \zeta}\, d\sigma = B(\zeta)$$

où $\alpha + i\beta = \psi(0)$. D'après un théorème de Harnack [1], les équations (5) et (6) sont équivalentes à la condition aux limites (3). Il suit de (4) que l'équation (5) peut être mise sous la forme

$$(7)\quad \varphi(\zeta) + \frac{1}{2\pi i}\int_\gamma \frac{\omega(\sigma)-\omega(\zeta)}{\overline{\omega}'(\sigma)}\,\overline{\varphi}'(\overline{\sigma})\,\frac{d\sigma}{\sigma-\zeta} + \frac{\overline{\varphi}'(0)}{\overline{\omega}'(0)}\,\omega(\zeta) = \mathrm{A}(\zeta) - \alpha + i\beta.$$

Enfin, en dérivant cette équation par rapport à ζ et en faisant tendre ζ vers un point du contour [2], on obtient une équation fonctionnelle qui se réduit immédiatement à une équation de Fredholm.

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur le rayon d'univalence des polynomes.* Note [3] de M. J. DIEUDONNÉ.

1. Rappelons qu'on appelle *rayon d'univalence* d'une fonction $f(z)$ le rayon du plus grand cercle ayant pour centre l'origine où cette fonction est univalente.

THÉORÈME. — *Le rayon d'univalence d'un polynome*

$$f(z) = a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n$$

est égal au minimum du module de la racine de plus petit module de l'équation

$$a_1 + a_2 \frac{\sin 2\theta}{\sin\theta} z + a_3 \frac{\sin 3\theta}{\sin\theta} z^2 + \ldots + a_n \frac{\sin n\theta}{\sin\theta} z^{n-1} = 0$$

lorsque le paramètre θ *varie de* 0 *à* π.

2. Cette proposition permet de trouver des limites inférieures et supérieures pour le rayon d'univalence R en fonction des coefficients et du degré du polynome.

On a d'abord $R \geqq R_0$, R_0 étant la racine positive de l'équation

$$|a_1| - 2|a_2|x - 3|a_3|x^2 \ldots - n|a_n|x^{n-1} = 0.$$

La proposition suivante permet de comparer les rayons d'univalence de deux polynomes.

---

[1] A. HARNACK, *Beiträge zur Theorie des Cauchy'schen Integrals* (*Math. Annalen*, 35, 1889, p. 1).

[2] Il suffit pour justifier toutes nos opérations de supposer que u et v admettent des dérivées deuxièmes continues par rapport à l'arc.

[3] Séance du 5 janvier 1931.

Théorème. — R *et* R′ *étant les rayons d'univalence respectifs des polynomes*

$$f(z) \equiv a_1 z + a_2 z^2 + \ldots + a_n z^n$$

et

$$\varphi(z) \equiv b_1 z + b_2 z^2 + \ldots + b^n z^n \qquad (b_1, b_2, \ldots, b_n \neq 0),$$

on a $R \geqq |\lambda| R'$, λ *étant la racine du plus petit module de l'équation*

$$\psi(z) \equiv \frac{a_1}{b_1} + C_{n-1}^1 \frac{a_2}{b_2} z + C_{n-1}^2 \frac{a_3}{b_3} z^2 + \ldots + \frac{a_n}{b_n} z^{n-1} = 0.$$

Comme cas particuliers de ce théorème, on retrouve les théorèmes de MM. Alexander (*Annals of Mathematics*, 2e série, 17, 1915) et Kakeya [1], en prenant respectivement

$$\psi(z) = \frac{f(z)}{z} \qquad \text{et} \qquad \psi(z) = f'(z).$$

3. Pour des polynomes de forme particulière, il est possible d'obtenir des limites supérieures de R, meilleures que la limite générale $2\left|\frac{a_1}{a_2}\right|$ valable pour toutes les fonctions holomorphes. C'est ainsi que, pour le polynome à trois termes

$$f(z) \equiv z + z^2 + a z_n,$$

on a

$$R \leqq \frac{1}{2\cos\frac{\pi}{n}} \qquad (\text{si } n \geqq 7),$$

$$R \leqq \frac{2\sqrt{2}}{3} \qquad (\text{si } n = 3),$$

$$R \leqq \frac{3\sqrt{6} - 2}{2\sqrt[4]{216}} = 0,697 \qquad (\text{si } n = 4);$$

pour $n = 5$ et $n = 6$, les limites exactes s'obtiennent par la résolution d'équations du 6e et du 8e degré respectivement, et ont pour valeurs approchées

$$0,6158 \quad \text{et} \quad 0,57734.$$

Toutes ces valeurs sont effectivement atteintes par des polynomes de la forme considérée.

---

(1) *On zeros of a polynomial and its derivatives* (*The Tohoku Math. Journal*, 11, 1917, p. 5).

Pour le polynome $f(z) \equiv z + z^p + az^n$, on a

$$R \leqq \sqrt[p-1]{\frac{1}{p}},$$

si $p - 1$ ne divise pas $n - 1$; si $n - 1 = h(p - 1)$, on a

$$R \leqq \sqrt[p-1]{\frac{\sin \frac{\pi}{n}}{\sin \frac{p\pi}{n}}},$$

et la limite est atteinte dès que $h > h_0$, h_0 étant un entier inférieur à 10. Cette dernière limite est encore valable pour le polynome plus général

$$f(z) \equiv z + a_1 z^n + a_2 z^{2n} + \ldots + a_k z^{kn} + z^p + a_{k+1} z^{(k+1)n} + \ldots + a_m z^{mn}.$$

4. On peut enfin avoir encore d'autres limites en faisant des hypothèses sur les arguments des coefficients; c'est ainsi que, pour le polynome

$$f(z) \equiv z + z^2 + a_2 z^4 + a_3 z^6 + \ldots + a_n z^{2n},$$

où l'on suppose tous les coefficients positifs, on a

$$R \leqq \cos \frac{\pi}{2n+1}.$$

THÉORIE DES FONCTIONS. — *Sur les fonctionnelles linéaires et continues.* Note (¹) de M. **O. Nikodym**, présentée par M. Émile Borel.

1. On sait qu'une fonctionnelle linéaire et continue $a = U(f)$, dont les valeurs a sont des nombres réels et définis pour les fonctions formant un champ S, peut être représentée, dans des conditions diverses, par la formule

$$U(f) = \int f\,dh.$$

On trouve la même formule non seulement dans le cas où S est défini comme la classe des fonctions continues, la continuité de $U(f)$ étant correspondante à la convergence uniforme des f, mais aussi dans le cas, où S désigne la classe de toutes les fonctions sommables et la continuité

(¹) Séance du 22 décembre 1930.

de $U(f)$ est relative à la convergence en moyenne, etc. Seulement le signe d'intégration désigne une fois l'intégration dans le sens de Stieltjes, l'autre fois celle au sens de M. Lebesgue. Bien que la formule reste toujours la même dans beaucoup de cas, ces démonstrations connues sont différentes, de sorte qu'il ne serait pas sans intérêt, si l'on essayait d'en rechercher une source commune qui apparaît être cachée jusqu'à maintenant. C'est précisément le but de la Note présente.

2. En désignant par I une variété non vide dont les éléments sont des objets quelconques, appelons *corps relatif à* I [voir mon travail : *Sur une généralisation des intégrales de M. J. Radon* (*Fund. Math.*, 15, 1929; voir aussi une remarque à la fin du tome); *Sur les fonctions d'ensembles* (*Comptes rendus du Ier Congrès des Mathématiciens des Pays slaves*, Varsovie, 1929)] toute classe K non vide de sous-ensembles de I satisfaisant aux conditions suivantes :

1° Si $E \in K$, on a $I - E \in K$;

2° Si $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots, \in K$, on a $\sum_{n=1}^{\infty} E_n \in K$. Une fonction $f(x)$ (aux valeurs réelles) définie pour tous les éléments $x \in I$ s'appelle *agrégée au corps* K, si l'ensemble des k, où $\alpha < f(x) < \beta$, appartient toujours au corps K quels que soient les nombres α et β. Une fonction $f(x)$ agrégée au corps s'appelle *simple* (1), si l'ensemble de valeurs qu'elle admet est au plus dénombrable.

Une fonction F(E) d'ensembles définie dans K (et dont les valeurs sont réelles) s'appelle *parfaitement additive*, si, quelle que soit la suite infinie $E_1, E_2, \ldots, E_n, \ldots$ d'ensembles disjoints de K, on a

$$F\left(\sum_{n=1}^{\infty} E_n\right) = \sum_{n=1}^{\infty} F(E^n).$$

Fixons une fonction $\mu(\varepsilon)$ parfaitement additive et partout non-négative ; elle sera appelée *fonction mesure de* K, ou plus brièvement : *mesure*. Une mesure étant admise, on peut définir la notion correspondante de l'intégration, trouvée par M. Fréchet (2) et qui est une généralisation de l'inté-

---

(1) Voir Giuseppe Vitali, *Geometria dello spazio hillarziano*. Bologne, N. Zanichelli, 1929.

(2) M. Fréchet, *Sur l'intégrale d'une fonctionnelle étendue à un ensemble abstrait* (*Bull. de la Soc. math. de France*, 43, 1915, p. 999).

grale de M. J. Radon [1]. La définition de cette intégrale ainsi que les propriétés sont analogues à celles de l'intégrale de M. Lebesque. Il est aisé de voir ce que nous allons comprendre par une fonction $f(x)$ *μ-sommable.*

Une fonction d'ensembles $f(\varepsilon)$ s'appelle *μ-continue*, si la relation $\mu(\varepsilon - \varepsilon_p) + \mu(\Sigma_p - \Sigma) \to 0$ entraîne $f(\varepsilon) \to f(\varepsilon_n)$.

3. Soit S un champ (non vide) quelconque composé de fonctions μ-sommables (c'est-à-dire si $f, g \in S$, on a aussi $\alpha f + \beta g \in S$, quels que soient les nombres réels α, β). Supposons, en outre, qu'on a envisagé *une notion de convergence* pour les fonctions du champ S, cette convergence « lim » jouissant des propriétés usuelles de la limite abstraite [1].

Cela étant, supposons que S et « lim » jouissent des propriétés suivantes :

1° Si $f \in S$ et $\sigma > 0$, il existe une fonction simple φ appartenant au champ S et telle que $|f - \varphi| < \sigma$ partout dans I;

2° Si $f \in S$ et $\varepsilon \in K$, la fonction f_ε, c'est-à-dire la fonction qui est égale à f pour $x \in \varepsilon$ et à 0 pour $x \in I - \varepsilon$, appartient aussi à S;

3° Si $\mu(\varepsilon - \varepsilon_n) + \mu(\varepsilon_n - \varepsilon) \to 0$ et $f \in S$, on a

$$\lim_{n \to \infty} f_{\varepsilon_n} = f_\varepsilon;$$

4° Si f_n tend vers f d'une manière uniforme, on a aussi

$$\lim_{n \to \infty} f_n = f.$$

Soit maintenant $u(f)$ une fonctionelle linéaire, c'est-à-dire

$$u(\alpha f + \beta g) = \alpha u(f) + \beta u(g),$$

définie pour toutes les fonctions du champ S [les valeurs $u(f)$ étant réelles] et y continue dans le sens de la convergence « lim ». Cela veut dire que, si

$$\lim_{n \to \infty} f_n = f,$$

on a

$$u(f_n) \to u(f).$$

Or, *dans ces conditions, on peut démontrer qu'il existe une fonction* $h(x)$

---

[1] J. Radon, *Sitzber. d. Math.-Naturw. Klasse d. Kais. Akad. d. Wiss.*, Wien 1913, Bd 112, Abt. II *a*/2.

telle que

$$(1) \qquad u(f) = \int h f \, d\mu,$$

pour tout $\varepsilon \in S$.

La démonstration s'appuie sur le théorème suivant [1] :

La condition nécessaire et suffisante pour qu'une fonction $f(\varepsilon)$ *parfaitement additive d'ensembles soit* μ*-continue est qu'il existe une fonction* $f(x)$ *telle que*

$$f(\varepsilon) = \int_\varepsilon f \, d\mu$$

pour tout $\varepsilon \in K$.

4. Remarquons que les conditions (1), (2), (3) et (4) sont essentielles pour la possibilité de la formule (1)*ub*, si l'on n'envisage que des intégrales parfaitement additives et des fonctions sommables. En effet, dans tous les cas où (1) subsiste, le champ S peut être, dans le cas le plus pire, amplifié convenablement et la notion de continuité généralisée de sorte que les conditions (1), (2), (3) et (4) se trouvent vérifiées.

ASTRONOMIE PHYSIQUE. — *L'étoile variable d Cygni.* Note [2] de MM. **J. Dufay** et **R. Gindre**, présentée par M. Ch. Fabry.

I. M. Danjon a découvert en 1920 la variabilité de l'étoile *d* 20 Cygni et montré qu'il s'agissait d'une étoile du type β Lyræ, de période de $1^j,0803$ [3].

Cette étoile présente la particularité intéressante d'être une géante du type KO [4], fait rare parmi les variables à éclipses. D'autre part, les quelques données spectroscopiques dont on dispose ne permettent pas de supposer que la vitesse radiale varie de plus en plus de quelques kilomètres par seconde [5].

---

(1) Voir mon travail cité (1).

(2) Séance du 29 décembre 1930.

(3) A. Danjon, *Comptes rendus*, 171, 1920, p. 901. La période donnée en 1920 était en réalité légèrement différente. La période donnée ci-dessus résulte de nouveaux éléments inédits que M. Danjon a eu l'amabilité de nous communiquer.

(4) Magnitude absolue spectroscopique : 0,2 (Adams et Joy, *Astrophysical Journal*, 53, 1921, p. 82).

(5) *Publications Dominion Astrophysical Observatory*, *Victoria, B. C.*, 2, 1921, p. 105; *Lick Observatory Publications*, 16, 1928, p. 292; F. Henroteau, *Ciel et*

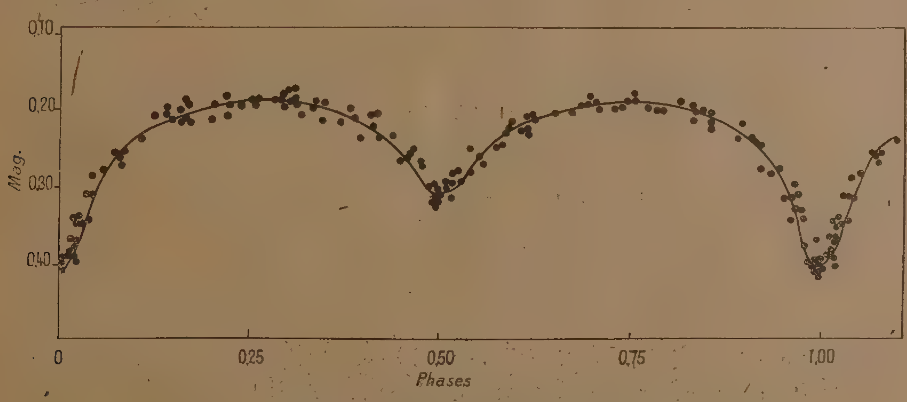
II. Nous avons effectué, en 1929 et 1930, 156 comparaisons photométriques entre les étoiles d et ψ Cygni. L'instrument utilisé est le photomètre à plages décrit par l'un de nous et adapté au sidérostat de l'Observatoire de Lyon ([1]). Les observations sont faites à travers le filtre vert Wratten n° 59.

Nos résultats confirment, en les précisant, ceux de M. Danjon. La période résultant de nos observations est $1^{j},0803$2; en utilisant, en outre, le minimum donné par M. Danjon, nous obtenons les éléments suivants :

$$\text{Min. princ.} = \text{j. j. t. m. a. G. hélioc. } 2.426.035,499 + 1^{j},080351\,E,$$

l'erreur à craindre sur la période étant de quelques unités du dernier ordre décimal.

La courbe de lumière paraît tout à fait symétrique : elle présente deux minima inégaux, distants d'une demi-période, de profondeurs respectives 0,22 et 0,12 magnitude. Ce sont bien les caractères habituels d'une courbe du type β Lyræ.



Courbe de lumière théorique et observations individuelles.
En ordonnées : différences de magnitude entre les étoiles d et ψ Cygné.

III. On est donc tenté d'expliquer les variations lumineuses par les éclipses mutuelles de deux étoiles en mouvement orbital (orbite circulaire). La courbe de lumière *rectifiée* donne le rapport des brillances des deux

Terre, 38, 1922, p. 75. — Les mesures d'Henroteau donnent une vitesse radiale plus de deux fois plus grande que les mesures faites à Victoria et à Lick, mais la différenée paraît devoir être attribuée à une erreur systématique plutôt qu'à une variation réelle.

([1]) J. Dufay, *Comptes rendus*, 190, 1930, p. 166. Cette Note donnait un bref résumé de nos premières observations de d Cygni.

étoiles : 2,12. Mais, lorsque la profondeur des minima est aussi faible, la méthode de Russell ne permet pas d'atteindre les éléments du système sans hypothèse supplémentaire ([1]).

Comme on ne voit pas le spectre de la composante la plus faible, nous admettons qu'elle est inférieure de deux grandeurs au moins à l'étoile principale. Suivant qu'on attribue la plus grande brillance à l'étoile la plus petite (et la moins lumineuse), ou à l'étoile la plus grande (et la plus lumineuse), on trouve, pour le rapport k des rayons des deux étoiles, 0,27 ou 0,58 à 0,36. Dans tous les cas le rapport du rayon de la grande étoile au rayon de l'orbite relative est peu différent de 0,4.

Les courbes de lumière théoriques construites dans ces diverses hypothèses diffèrent trop peu pour que nos observations permettent de choisir entre elles. La courbe représentée correspond à $k = 0,4$, en attribuant la plus grande brillance à la grande étoile et en supposant les limbes complètement assombris vers les bords, 90 pour 100 de la lumière, de la petite étoile sont supprimés au minimum secondaire et les deux composantes diffèrent de 2,90 magnitudes. L'écart moyen, par rapport à cette courbe, de nos observations individuelles est 0,015 magnitude.

IV. La constance approximative de la vitesse radiale soulève par ailleurs une grave difficulté. Comme il s'agit d'une géante dont le rayon serait de l'ordre d'une vingtaine de rayons solaires ([2]), il faudrait admettre, dans l'hypothèse d'un système double, que la masse soit presque entièrement concentrée dans la grande étoile. La densité du compagnon serait ainsi extrêmement faible.

D'autre part, si l'on supposait, comme à l'ordinaire, que chaque étoile tourne sur elle-même dans le temps où s'effectue la révolution orbitale, on serait conduit à prévoir un élargissement considérable des raies.

Une étude spectroscopique détaillée paraît indispensable pour préciser la nature physique du système de *d* Cygni. Elle permettrait peut-être d'éprouver dans quelle mesure la théorie usuelle des systèmes à éclipses s'applique aux étoiles géantes de faible densité.

([1]) H. N. Russell et H. Shapley, *Astrophysical Journal*, 36, 1912, p. 395.

([2]) Rayon calculé par la formule usuelle, en prenant la magnitude absolue 0,2 et la température 4000° K.

PHYSIQUE MATHÉMATIQUE. — *Sur l'application des conceptions statistiques classiques à la mécanique ondulatoire.* Note de M. **Jean Ullmo**, transmise par M. Hadamard.

Étant donnée l'équation de Schrödinger pour trois degrés de liberté xyz

$$\Delta\psi - \frac{h^2}{8\pi^2 m_0}V\psi = \frac{4\pi i m_0}{h}\frac{\partial\psi}{\partial t}$$

où V est le potentiel scolaire des forces extérieures, nous avons été amenés à considérer que ψ définit la probabilité de présence et la quantité de mouvement au point géométrique xyz d'électrons explorateurs soumis au champ de potentiel V. Désignant par ψ' la fonction conjuguée de ψ, la probabilité et les composantes de la quantité de mouvement sont respectivement

$$\psi\psi', \quad p_x = \frac{h}{4\pi i}\,\frac{\psi'\dfrac{\partial\psi}{\partial x} - \psi\dfrac{\partial\psi'}{\partial x}}{\psi\psi'}, \quad p_y = \frac{h}{4\pi i}\,\frac{\psi'\dfrac{\partial\psi}{\partial y} - \psi\dfrac{\partial\psi'}{\partial y}}{\psi\psi'}, \quad p_z = \ldots$$

Ce sont les expressions mêmes de Gordon, généralement acceptées.

On en déduit la valeur moyenne de l'abscisse des électrons explorateurs

(1) $$\bar{x} = \int x\psi\psi'\,d\tau \qquad (d\tau = dx\,dy\,dz)$$

et aussi la valeur moyenne de leur quantité de mouvement

(2) $$\overline{p_x} = \int p_x\psi\psi'\,d\tau = \frac{h}{4\pi i}\int\left(\psi'\frac{\partial\psi}{\partial x} - \psi\frac{\partial\psi'}{\partial x}\right)d\tau.$$

En transformant cette seconde expression par intégration par parties et tenant compte des conditions aux limites imposées aux ψ on trouve

(3) $$\overline{p_x} = \frac{h}{2\pi i}\int\psi'\frac{\partial\psi}{\partial x}\,d\tau.$$

On peut dire ainsi que l'opérateur x, que nous désignerons par X, et l'opérateur $\frac{h}{2\pi i}\frac{\partial}{\partial x}$, que nous désignerons par P_x, *correspondent* respectivement à l'abscisse et à la quantité de mouvement conjuguée, en ce sens qu'il faut les substituer à la place de l'opérateur indéfini M dans l'expression $\int\psi' M\psi\,d\tau$ pour obtenir la valeur moyenne de la fonction *correspondante* des coordonnées de l'électron explorateur dans le champ.

Il est facile de déduire de ce résultat qu'à toute fonction (suffisamment simple, par exemple entière) de x et p_x où ces quantités sont *séparées*, fonction de la forme $f(x)+g(p_x)$ *correspond* l'opérateur $f(X)+g(p_x)$:

On peut ensuite mettre la valeur moyenne $\overline{f(x)}$, $\overline{g(p_x)}$ ou $\overline{f(x)+g(p_x)}$:

$$(4) \qquad \overline{f(x)}+\overline{g(p_x)}=\int \psi' [f(X)+g(P_x)]\psi \, d\tau$$

sous une forme différente correspondant à la notion ordinaire de moyenne arithmétique, par exemple

$$\Sigma A(p_x) g(p_x)\, dp_x,$$

c'est-à-dire considérer le *nombre relatif* d'électrons explorateurs pour lesquels $g(p_x)$ [ou $g(p_x)+f(x)$] a une valeur quelconque et faire la somme pour toutes les valeurs possibles de $g(px)$. En mettant l'expression (4) de la valeur moyenne sous cette forme, ce qui peut se faire au moyen d'un certain développement de ψ en série de fonctions orthogonales u_n, on passe de la valeur moyenne d'une fonction $f(x)+g(p_x)$ aux probabilités de distribution des valeurs de cette fonction. On démontre que les u_n sont les solutions propres de l'équation

$$(5) \qquad [f(X)+g(P_x)]\,u_n=\lambda_n u_n \qquad (\lambda_n \text{ const.});$$

les valeurs propres λ_n de (5) sont les valeurs possibles de $f(x)+g(p_x)$ dans le champ considéré, le carré du module du coefficient du développement de ψ en série des u_n est la probabilité correspondant à ces valeurs. Ce sont les résultats connus de la théorie des transformations de Dirac et Jordan déduits par une méthode directe.

Si l'on cherche de la même façon la valeur moyenne de xp_x (exemple d'une fonction $h(x, p_x)$ où l'abscisse et la variable conjuguée *ne sont pas séparées* on voit qu'on a en intégrant par parties :

$$\overline{xp_x}=\int x p_x \psi\psi' = \frac{h}{4\pi i}\int x\left(\psi'\frac{\partial\psi}{\partial x}-\psi\frac{\partial\psi'}{\partial x}\right)=\frac{h}{2\pi i}\int \psi' x\frac{\partial\psi}{\partial x}+\frac{h}{4\pi i}\int\psi'\psi.$$

Ce n'est plus l'opérateur XP_x, mais l'opérateur $XP_x+\frac{1}{2}\frac{h}{2\pi i}$ qui *correspond* à xp_x. De même à $p_x x$ correspond l'opérateur $P_x X \; \frac{1}{2}\frac{h}{2\pi i}$.

La relation de non-commutativité classique : $XP_x - P_x X = -\frac{h}{2\pi i}$ correspond alors au fait que la valeur moyenne $\overline{xp_x}$ ne saurait, dans les idées

classiques, différer de la valeur moyenne $\overline{p_x x}$. On voit que l'opérateur qui *correspond* à $x p_x$ (ou $p_x x$) est $\frac{XP_x + P_x X}{2}$. Ce résultat purement mathématique se généralise sans difficulté. A une fonction $h(x, p_x)$ correspond l'opérateur *symétrisé*, que nous désignerons symboliquement par $\frac{h(XP_x) + h(P_x X)}{2}$. Par exemple à la fonction $p_x^3 x$ correspond l'opérateur

$$\frac{P_x^3 X + 3P_x^2 XP_x + 3P_x XP_x^2 + XP_x^3}{8}.$$

Deux conclusions :

1° Pour établir une théorie cohérente des « nombres q » de Dirac, il faut que le nombre q (soumis à un algèbre spécial) qui remplace dans les calculs un nombre c (fonction classique de x, y, z, p_x, p_y, p_z) soit justement l'opérateur *correspondant* au sens du texte. Car alors seulement les raisonnements précédents s'appliquent, relatifs à la distribution en probabilités et surtout aux *valeurs propres*. C'est l'explication de la notion de *nombres bien ordonnés* qui s'introduisait dans la théorie primitive de Dirac et Heisenberg. Les résultats que Dirac n'a pu obtenir qu'en *symétrisant* ses équations en nombres q, en particulier dans les changements de coordonnées $\left(\text{par exemple remplaçant } xp_x \text{ de la théorie classique par } \frac{PX_x + P_x X}{2}\right)$, sont autant de preuves de l'exactitude de la présente théorie.

Elle explique le privilège dans la théorie quantique des coordonnées cartésiennes, qui sont celles pour lesquelles les coordonnées et les moments conjugués sont séparés dans l'expression de l'énergie.

2° Une conséquence très importante est de ruiner la non-commutativité de la position et de la quantité de mouvement conjugué des électrons. Les conditions quantiques

$$P_x X - XP_x = \frac{h}{2\pi i}$$

ne contiennent rien de plus que leur signification formelle relative aux opérateurs. Il ne semble plus permis d'en tirer un principe d'indétermination au moins sous la forme extrême d'Heisenberg. Pour la forme qu'a donnée Bohr au principe d'indétermination, elle nous semble valable, mais de nature essentiellement différente de celle d'Heisenberg, point que nous espérons discuter prochainement.

CHIMIE PHYSIQUE. — *Sur la variation de $\int p\,dt$ avec la densité de chargement pour différents types de poudres.* Note [1] de MM. **H. Muraour** et **G. Aunis**, présentée par M. G. Urbain.

Nous étudierons dans la présente Note les variations de $\int p\,dt$ avec la densité de chargement pour des poudres de différentes compositions. Le mode opératoire utilisé pour les expériences a été le même que celui indiqué dans une précédente Note (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 713). Les essais ont été exécutés avec les poudres suivantes étirées sous forme de brins cylindriques (type cordite) [2].

Échantillon nº 1 : Poudre à 20 pour 100 de centralite préparée avec un mélange de 66 coton-poudre et 25 nitroglycérine (B 81-82 et 83).

Échantillon nº 2 : Poudre à 9 pour 100 de centralité préparée avec le même mélange (B 75-76 et 77).

Échantillon nº 3 : Poudre sans centralite préparée avec un mélange de 50 pour 100 nitroglycérine et 50 pour 100 coton poudre (B 72-73 et 74).

Échantillon nº 4 : Poudre B à la nitrocellulose (BG4) en lamelles.

Les échantillons nºs 1, 2 et 3 ont été étirés sous 3 épaisseurs (2^{mm}, $2^{mm},5$ et 3^{mm} de diamètre). Les essais ont montré que la variation pour 100 de $\int p\,dt$ est indépendante de l'épaisseur d'étirage, sauf peut-être aux très faibles densités de chargement pour les poudres à 50 pour 100 de nitroglycérine.

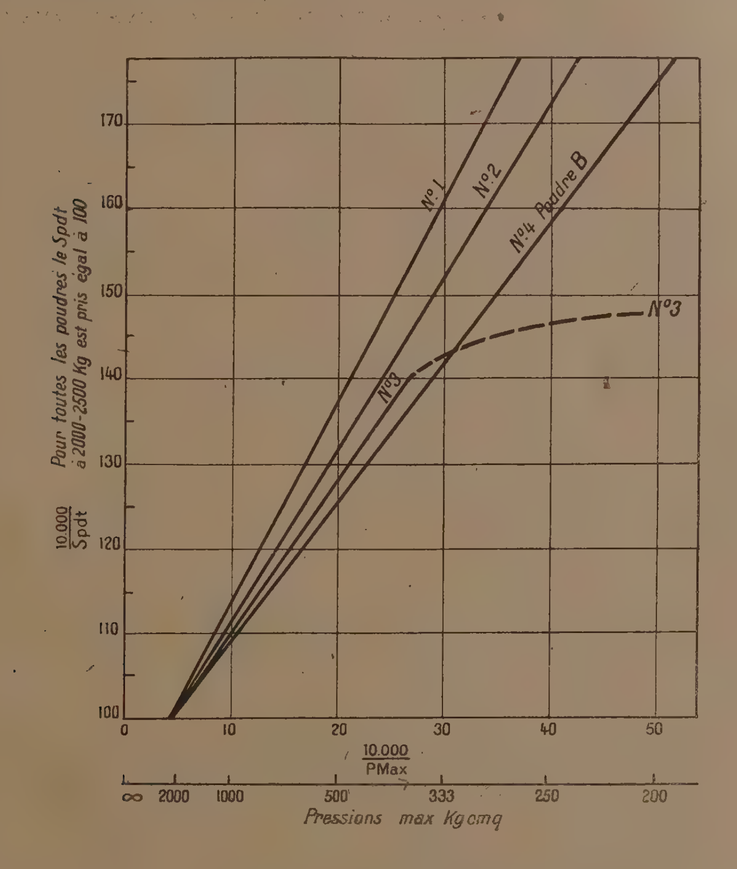
Sur le graphique ci-contre nous avons tracé les droites moyennes en portant en abscisse l'inverse de la pression maximum, en ordonnée l'inverse de $\int p\,dt$ $\left(\text{le } \int p\,dt \text{ mesuré sous une pression maximum voisine de } 2000\text{-}2500^{kg} \text{ par centimètre carré étant représenté par } 100\right)$. De l'ensemble de nos expériences on peut tirer les conclusions suivantes :

---

(1) Séance du 22 décembre 1930.

(2) Nous avons constaté que pour les essais à la bombe l'étirage sous forme de cylindres est préférable, au point de vue de la régularité des tirs, à l'étirage sous forme de tubes. En exécutant des essais avec des poudres tubulaires ou en lamelles nous avons d'ailleurs vérifié que la variation de $\int p\,dt$ ne dépend pas de la forme géométrique des brins.

Entre 2500 et 300kg de pression maximum, l'inverse de $\int p\,dt$ *est sensiblement, pour toutes les poudres, une fonction linéaire de l'inverse de la pression maximum.*



Pour les poudres à basse température d'explosion la loi linéaire se vérifie jusqu'à des pressions maxima relativement basses, de l'ordre de 150kg par centimètre carré. Pour les poudres à 50 pour 100 de nitroglycérine au contraire, la déformation se produit déjà pour des pressions maxima voisines de 300kg.

La plus forte réduction d'aire s'observe pour la poudre à 20 pour 100 de centralite dont la température d'explosion est la plus basse. Pour les très

basses pressions, l'écart entre la poudre froide (20 pour 100 de centralite) et la poudre chaude (50 pour 100 de nitroglycérine) devient considérable, c'est ainsi que pour une pression maximum voisine de 130^{kg} par centimètre carré la réduction d'aire, en prenant pour base le $\int p\,dt$ observé à 2000^{kg} par centimètre carré, est d'environ 40 pour 100 pour la poudre chaude tandis qu'elle est d'environ 60 pour 100 pour la poudre froide. Le rayonnement calorifique de la masse gazeuse, qui doit jouer un rôle pour les poudres très chaudes, n'est donc pas la cause unique de la réduction de $\int p\,dt$ observée aux basses pressions. Il y a ici accord avec les conclusions de notre dernière Note (*Comptes rendus*, 191, 1930, p. 713).

Pour les différents échantillons examinés et si l'on ne tient compte, ni de la poudre très chaude, ni de la poudre très froide, *l'aire déterminée à 2000^{kg} par centimètre carré tombe à 50 pour 100 de sa valeur pour une pression maximum comprise entre 150 et 200^{kg} par centimètre carré.*

Il est important de noter que les réductions d'aire observées à basse densité de chargement ne peuvent s'expliquer ni par un fonctionnement particulier du crusher, ni par une influence du refroidissement par les parois. L'écrasement plus lent du crusher aux faibles pressions devrait tendre en effet à augmenter légèrement le $\int p\,dt$. En ce qui concerne les phénomènes de refroidissement par les parois nous avons vérifié, par l'addition de lames d'acier dans la bombe, qu'ils n'étaient pas la cause de la diminution de $\int p\,dt$. Pour les poudres très chaudes et aux très faibles densités de chargement le refroidissement par les parois devrait même s'opposer à la décroissance de l'aire en diminuant l'importance du rayonnement calorifique de la masse gazeuse.

La vérification de ce dernier point fera l'objet d'une étude spéciale.

COLLOÏDES. — *Phénomènes d'adsorption et de protection dans les milieux colloïdaux complexes.* Note de MM. **Charles Marie** et **N. Marinesco**, présentée par M. J. Perrin.

L'étude de la polarisation diélectrique d'un colloïde hydrophile permet de déterminer la quantité d'eau fixée sur les micelles ; en effet, tout blocage

ou fixation des dipôles se produisant dans le système se traduit macroscopiquement par un abaissement de la constante diélectrique.

D'autre part, en connaissant l'action relative de deux substances différentes sur le pouvoir inducteur spécifique de l'eau, on peut préciser quelle est l'action de ces deux substances l'une sur l'autre quand elles sont mélangées dans la solution. En vue d'étudier les processus d'adsorption qui ont lieu dans ces conditions, nous avons exécuté plusieurs séries de mesures sur des systèmes colloïdes complexes, contenant au moins un composant polarisé à l'état permanent et différent de l'eau.

1. Les solutions aqueuses de gélatine, glycocolle et leucine gauche, donnent, chacune séparément, des constantes diélectriques notablement supérieures à celles de l'eau, ce qui dénote une polarité permanente des substances dissoutes. Ce sont d'ailleurs des corps ayant au moins une fonction amino-acide par molécule; ils possèdent ainsi une forte dissymétrie au point de vue de la distribution des charges électriques.

2. D'autre part les suspensions aqueuses de charbon animal donnent aussi des constantes diélectriques plus grandes que celles de l'eau, mais dans ce cas la polarisabilité du système n'est pas imputable à l'existence de forts moments; le charbon possède à un haut degré la polarité électronique (déformabilité), et à chaque inversion de champ les particules se polarisent par déplacement électronique. Il s'agit donc dans ces conditions de moments induits et non pas de moments permanents.

3. Les suspensions binaires faites avec le charbon et avec une substance polarisée à l'état permanent du premier groupe, diminuent au contraire la constante diélectrique de l'eau, ce qui prouve que des dipôles libres sont soustraits à la polarisation globale du système. En fait, le charbon est un excellent adsorbant qui fixe les molécules du corps polarisé (gélatine, amino-acides), en les saturant diélectriquement d'autant plus que le moment permanent de celles-ci est plus grand. Mais du fait de cette adsorption, se produisent à l'intérieur des particules de charbon, des moments induits qui diminuent sa polarisation par rapport au champ électrique extérieur. De sorte que l'adsorption des dipôles libres du système d'une part, l'abaissement de la polarité électronique de l'adsorbeur d'autre part, interviennent tous les deux dans le sens d'un abaissement de la polarisation globale du système.

D'autre part la particule de charbon n'ayant pas de dipôles permanents, n'a pas non plus de direction privilégiée d'attraction pour le corps adsorbé; elle s'enrobe uniformément des molécules polarisées se trouvant dans le

milieu et qui l'isolent ainsi du reste du liquide intermicellaire. Cette adsorption n'est en somme qu'un phénomène de protection : Zsigmondy a montré dans des travaux classiques que le corps protecteur (polarisé) entoure le colloïde protégé (corps déformable) en masquant entièrement ses propriétés. Ainsi le charbon et le platine colloïdaux protégés par la gélatine ne décomposent plus que très lentement l'eau oxygénée.

4. La gélatine polarisée à l'état permanent ajoutée à une solution d'amino-acide, diminue également le pouvoir inducteur du système, alors que chacun des composants l'augmente s'il se trouve tout seul en solution. Il s'agit bien ici, comme précédemment, d'une condensation des dipôles de l'amino-acide par la gélatine mais il n'est pas question d'une protection colloïdale. La micelle polarisée à l'état permanent a deux directions d'attraction privilégiées pour le corps adsorbable, alors que ses parties interpolaires n'adsorbent pas et se trouvent en contact direct avec le milieu dispersant. Bref, il s'agit dans ce cas d'un simple phénomène d'association ou de couplage moléculaire, alors que l'adsorption des corps polarisés à l'état permanent par une particule déformable de charbon constitue un phénomène pur de protection.

En résumé :

I. Il y a lieu de séparer les phénomènes de protection des phénomènes d'association en milieu colloïdal complexe. Le colloïde protégé est en réalité un corps électroniquement très déformable (comme toutes les suspensions métalliques), favorisant l'adsorption de dipôles permanents qui enrobent les particules et les isolent du milieu dispersant.

II. L'analyse diélectrique permet de choisir un colloïde protecteur *a priori* en ce sens qu'il doit être aussi polarisé que possible à l'état permanent. Elle permet de préciser quelle est la quantité nécessaire et suffisante de colloïde protecteur à employer, car on peut saisir, par la mesure de la constante diélectrique, le moment où le protecteur introduit dans le système ne s'adsorbe plus [1].

---

[1] La méthode de mesure et les résultats obtenus ont été publiés dans un autre Recueil.

COLLOÏDES. — *Sur l'accélération produite par la lumière dans la floculation des solutions colloïdales en milieu fluorescent.* Note de MM. **Augustin Boutaric** et **Jean Bouchard**, présentée par M. C. Matignon.

On a signalé que l'addition de matières fluorescentes à des cultures microbiennes favorisait la destruction des microbes par la lumière. Nous nous sommes proposé de rechercher si des actions analogues ne s'exerceraient pas sur la floculation des colloïdes.

I. Après avoir ajouté à la solution colloïdale une faible quantité d'une matière fluorescente, nous avons déterminé la durée de floculation sous l'influence de divers électrolytes : 1° le mélange formé par la solution colloïdale, la matière colorante et l'électrolyte étant maintenu dans l'obscurité; 2° le même mélange étant soumis à l'action d'une lumière intense ou d'un rayonnement ultraviolet.

Le rayonnement lumineux utilisé était celui d'une lampe à incandescence de 1000 B. privé de ses rayons infrarouges par passage à travers une cuve de 5^{cm} d'épaisseur contenant une solution à 5^{g} par litre d'acétate de cuivre dans l'eau. La cuve à expérience où se trouvait le mélange de solution colloïdale, de matière fluorescente et d'électrolyte était disposée à 35^{cm} environ de la lampe et était elle-même immergée dans une cuve de plus grande dimensions contenant de l'eau, afin de supprimer tout échauffement. Le rayonnement ultraviolet était produit par une lampe en quartz à vapeur de mercure devant laquelle on disposait un verre de Wood; la solution était contenue dans une cuve en quartz de $0^{cm},5$ d'épaisseur disposée à 20^{cm} de la source.

On suivait simultanément la floculation pour la cuve maintenue à l'obscurité et pour celle exposée à l'action de la lumière par des mesures intermittentes faites au spectrophotomètre. La durée de floculation de chaque solution était évaluée d'une manière précise par le temps nécessaire pour que l'opacité de la solution atteigne sa valeur limite. Afin d'avoir des mesures comparables dans tous les cas, on choisissait par tâtonnements la quantité d'électrolyte nécessaire pour produire dans l'obscurité la floculation en 75 minutes.

II. Nos expériences ont porté sur des suspensions de résine-mastic et de gomme-gutte (en présence d'éosine et de fluorescéine) sur des sols de sulfure d'arsenic (en présence d'éosine, de fluorescéine et d'érythrosine) et

d'hydrate ferrique (en présence de rhodamine [1]. Dans un très grand nombre de cas, nous avons constaté que la floculation est accélérée par la lumière. C'est ce que montrent les résultats contenus dans le tableau suivant qui donne, pour un sol de As^2S^3 (à 58 p. l.) la durée de floculation sous l'influence de la lumière ou des rayons ultraviolets en présence de matière fluorescente (la durée de floculation étant de 75 minutes dans l'obscurité).

	Lumière.			Ultraviolet.		
Électrolyte floculant.	Éosine.	Fluorescéine.	Érythrosine.	Éosine.	Fluorescéine.	Érythrosine.
	min	min	min	min	min	min
LiCl..........	55	45	60	35	12	40
KCl..........	60	45	60	35	12	40
KCNS........	65	60	65	50	30	50
NH^4Cl........	60	50	60	40	15	40
KI............	65	55	70	50	30	55
$Na^2S^2O^3$.......	75	60	75	50	40	55
K^2SO^4........	65	60	65	50	30	45
H^2SO^4........		75		–	75	

III. Nous avons vérifié que, dans les limites de durée des expériences, les radiations ne produisent aucune accélération de la floculation en l'absence de substance fluorescente et qu'elles n'agissent pas davantage sur le mélange de la solution colloïdale avec la substance fluorescente en l'absence d'électrolyte. Pour que se manifeste l'action des radiations, il faut qu'il y ait en présence : la solution colloïdale, la matière fluorescente et l'électrolyte.

La dose d'électrolyte nécessaire pour produire la floculation est souvent abaissée d'une manière très considérable, comme cela résulte de mesures dont le détail sera donné ailleurs. A titre d'indication, signalons qu'en présence de fluorescéine, la dose limite de LiCl provoquant la floculation du sulfure d'arsenic est environ 10 fois moindre sous l'influence du rayonnement ultraviolet que dans l'obscurité. La plupart des résultats négatifs que nous avons observés se rapportent aux cas où l'électrolyte utilisé pour produire la floculation appartient à la catégorie des substances antioxygène qui, d'après Francis Perrin, agissent comme inhibitrices vis-à-vis de la fluorescence; l'acide sulfurique qui ne produit aucune accélération de la floculation en présence de fluorescéine supprime également la fluo-

---

[1] Avec les sols d'hydrate ferrique, on n'a pas pu utiliser l'éosine, la fluorescéine et l'érythrosine qui, même en petites quantités, déterminent la floculation du sol.

rescence de cette substance. Avec toutes les matières colorantes non fluorescentes que nous avons essayées jusqu'ici, nous n'avons jamais observé la moindre accélération de la floculation sous l'influence de la lumière ou des rayons ultraviolets. Au contraire toutes les substances fluorescentes dont nous avons pu disposer ont déterminé cette accélération.

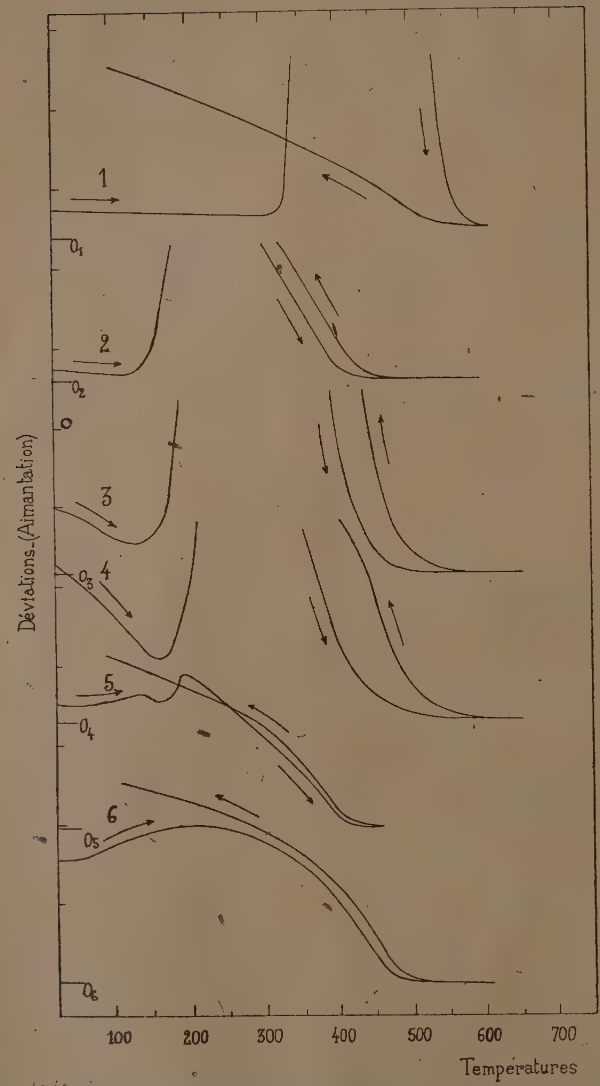
CHIMIE MINÉRALE. — *Formation d'un sesquioxyde de fer ferromagnétique par décomposition de l'hydrate de sesquioxyde de van Bemmelen.* Note de MM. **G. Chaudron** et **A. Girard**, présentée par M. Henry Le Chatelier.

On sait qu'il existe deux variétés naturelles de sesquioxyde de fer monohydraté : la goethite et la lépidocrocite. Par l'analyse thermomagnétique, on peut différencier nettement ces deux hydrates : la goethite perd son eau vers 300° en donnant de l'oligiste, sesquioxyde de fer ordinaire dont le point de Curie est à 675°; la lépidocrocite se déshydrate à peu près à la même température, mais le départ de la molécule d'eau est corrélatif d'un brusque accroissement de l'aimantation (voir courbe 1 de la figure). L'interprétation de ce phénomène est assez délicate car tous les échantillons de lépidocrocite contiennent de petites quantités d'oxyde ferreux.

Nous avons donc cherché un processus chimique qui nous donne de la lépidocrocite rigoureusement exempte de sels ferreux. L'hydrolyse des ferrites nous a paru devoir donner les meilleurs résultats. Van Bemmelen (1) a montré que par hydrolyse du ferrite de sodium $Fe^2O^3Na^2O$, on peut préparer un sesquioxyde de fer monohydraté $Fe^2O^3H^2O$. Ce corps est cristallisé et a le même aspect, après déshydratation, que les cristaux de ferrite de sodium dont il provient.

L'analyse thermique montre que le monohydrate de van Bemmelen, comme celui-ci l'avait du reste signalé, est beaucoup moins stable que les hydrates naturels. Il perd son eau rapidement à 140°. A cette température il se forme un corps fortement ferromagnétique (voir courbe 2 de la figure). Dans ce cas l'interprétation est évidente : l'oxyde anhydre est ferromagnétique. La stabilité de cette variété est relativement grande et ce n'est qu'à 675° qu'elle se transforme rapidement en oligiste ou sesquioxyde ordinaire. Cette grande stabilité est comparable à celle du sesquioxyde de Malaguti

(1) Van Bemmelen et A. Klobbie, *J. pr. Ch.*, 2e série, 46, 1892, p. 520.



Courbe 1, lépidocrocite; *courbe* 2, monohydrate de van Bemmelen; *courbe* 3, monohydrate maintenu 10 minutes à 100°; *courbe* 4, monohydrate maintenu 30 minutes à 100°; *courbe* 5, monohydrate maintenu 48 heures à 100°; *courbe* 6, oxyde ferromagnétique chauffé avant analyse à 500°. Sensibilité de l'appareil : 10^{mg} de Fe^3O^4 donnent une déviation égale à une division.

préparé par Huggett ([1]) à partir d'oxyde salin de fer Fe^3O^4 contenant des traces de ferrite de sodium.

Le monohydrate de Van Bemmelen peut perdre sa molécule d'eau par simple chauffage dans l'eau bouillante en se transformant comme précédemment; les courbes 3, 4, et 5 correspondent respectivement à des temps de chauffage à 100° de 10 minutes, 30 minutes, et 48 heures. Dans le cas de la courbe 5, la déshydratation est presque terminée. La courbe 6 a été obtenue avec un oxyde préalablement chauffé jusqu'à 500°. Comme on l'a déjà observé avec les ferrites instables ([2]) de cadmium et de calcium et le sesquioxyde ferromagnétique de Malaguti ([3]), le point de Curie de tous ces corps varie avec les traitements thermiques subis par l'échantillon.

Le ferrite de sodium, le monohydrate et l'oxyde ferromagnétique se présentent en tablettes hexagonales biréfringentes. On peut donc penser que cet oxyde est différent de la forme obtenue par oxydation lente de la magnétite (oxyde de Malaguti). On sait en effet, d'après les travaux de Welo et Baudisch ([4]), que ce sesquioxyde de fer ferromagnétique a conservé la structure cubique de la magnétite.

CRISTALLOGRAPHIE. — *L'influence des impuretés sur quelques propriétés physiques et cristallographiques de l'acide hémimellitique.* Note ([5]) de M. V. **Agafonoff**.

A la suite de recherches effectuées il y a 30 ans sur l'absorption des spectres visibles et ultraviolets par les cristaux (*Comptes rendus*, 123, 1896, p. 490; 125, 1897, p. 87; 124, 1897, p. 855; (*Annales de la Société minéralogique russe*, 1902, 130 pages, avec résumé en français), j'étais arrivé à la conclusion que chaque combinaison chimique possède à l'état cristallisé son *spectre d'absorption typique* correspondant à l'*épaisseur critique maximum*, caractéristique de chaque espèce. Ces recherches m'avaient conduit, d'autre part, à émettre l'hypothèse que l'absorption de la lumière par les cristaux est fonction de la composition chimique et que le polychroïsme n'est pas une propriété générale des corps cristallisés anisotropes, mais serait dû à la pré-

---

([1]) J. Huggett, *Ann. Ch.*, 10e série, 11, 1929, p. 487.

([2]) H. Forestier et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 182, 1927, p. 777.

([3]) J. Huggett et G. Chaudron, *Comptes rendus*, 186, 1928, p. 1619.

([4]) Welo et Baudisch, *Phil. Mag.*, 50, 1925, p. 399.

([5]) Séance du 22 décembre 1930.

sence de matières étrangères ou de polymères, répartis régulièrement dans le réseau cristallin, mais différemment (au point de vue chimique), suivant les différentes directions. Les études aux rayons X nous montrent maintenant qu'il faut retenir seulement la première hypothèse. C'est en me basant sur elle que j'ai repris l'étude de l'acide hémimellitique ($C^3H^6O^6 . 2H^2O$), l'un des trois acides organiques dont j'avais découvert le polychroïsme dans l'ultraviolet.

Étude des impuretés de l'acide hémimellitique. — Des cristallisations fractionnées de ce corps donnent, au début, des cristaux faiblement brun jaunâtre, mais dès la deuxième cristallisation les cristaux qui se déposent sont incolores, tandis que la solution devient jaunâtre. Si l'on pousse jusqu'au bout l'évaporation de cette solution, on obtient, outre les formes habituelles, deux sortes de cristaux : des cristaux α en lamelles aplaties ou en prismes allongés jaunâtres (quelques décigrammes pour 100g), des cristaux β en aiguilles (quelques centigrammes pour 100g). Voici la composition de ces substances :

	Acide hémimellitique du commerce.	Cristaux α.		Cristaux β.
Ca	0,006	0,44	C	41,58
Al	0,016	0,09	H	3,87
Mn	0,013	0,013	O	44,50
Matière organique	99,965	99,457	Résidu de la combustion	10,05
	100,000	100,000		100,000

L'analyse microchimique ci-dessus des cristaux β a été faite par M. Walter de Strasbourg. J'ai constaté que le résidu de la combustion est entièrement constitué par de la chaux. Ces cristaux sont donc de l'hémimellate de calcium.

Les cristaux α et β sont monocliniques et s'éteignent suivant leur allongement. Leur densité est de 1,54 pour les cristaux α et 1,65 à 1,66 pour la forme β. Tandis que la forme β est presque insoluble, 28,5 parties d'eau à 20° dissolvent une partie de la forme α. La forme β est infusible; la forme α fond à 182-185°. Les indices de réfraction sont (méthode d'immersion) :

$$\text{Forme } \alpha \begin{cases} n_p = 1{,}515 \\ n_g = 1{,}63 \end{cases} \qquad \text{Forme } \beta \begin{cases} n_p = 1{,}52 \\ n_g = 1{,}68 \end{cases}$$

La présence de la forme α dans les cristaux jaunâtres de l'acide hémimel-

litique explique la couleur de ces cristaux et l'abaissement de leur point de fusion (191°) à 185°.

Propriétés physiques de l'acide hémimellitique. — Les caractères cristallographiques ont été déterminés sur 15 cristaux de différentes dimensions (2mm à 3cm). Leur symétrie est triclinique. Leur densité, mesurée à l'aide de la balance de Westphal, est de 1,543 à 1,546 à 20°. La solubilité à 20° est de 1 partie d'acide dans 15,7 parties d'eau. Le point de fusion est de 190°C. pour la substance la plus pure possible. Ces cristaux présentent un clivage facile suivant $h^1(100)$ et un plan de glissement suivant $p(001)$. Les paramètres ont pour valeur [1] :

$$a : b : c = 1,705 : 1 : 0,6185.$$

Les formes observées sont : $h^1(100)$, $p(001)$, $m(1\bar{1}0)$, $a^{\frac{1}{2}}(\bar{2}01)$, $b^{\frac{1}{2}}(\bar{1}\bar{1}1)$, $e^{\frac{1}{2}}(021)$, $g^1(010)$, $e^1(0\bar{1}1)$.

Au début de la cristallisation, les cristaux sont allongés suivant l'arête $h^1 g^1$, mais à la fin de la cristallisation des grands cristaux cet allongement a lieu suivant $h^1 e^1$.

L'angle des axes optiques dans l'huile varie de 52°2′ pour la longueur d'onde de 0µ,615, à 54°44′ pour 0µ,4078. 2 V = 47°.

Les indices pour la raie D sont :

$$n_p = 1,4316, \qquad n_m = 1,6358, \qquad n_g \text{ (calculé)} = 1,6744.$$

La biréfringence de l'acide hémimellitique est donc plus grande que celle des cristaux α et β.

L'étude de la cristallisation de l'acide hémimellitique sous le microscope donne des résultats en complet accord avec les précédents. La cristallisation commence par le dépôt de grands cristaux d'acide hémimellitique, puis on observe des dépôts de cristaux α seuls ou mélangés à des agrégats d'acide hémimellitique recouverts parfois de cristaux β. Si l'on chauffe ces préparations jusqu'à 400° la substance β subsiste seule, et l'on constate alors que cette substance étrangère existait même dans les grands cristaux d'acide hémimellitique.

On peut donc affirmer avec une grande probabilité que ces deux substances α et β restent en petites quantités dans le réseau de l'acide hémimellitique et créent ainsi le polychroïsme que nous avions signalé jadis dans la partie ultraviolette du spectre.

---

(1) Les calculs cristallographiques ont été exécutés par M. A. Richard.

GÉOLOGIE. — *Sur la structure géologique de la presqu'île de Crozon (Finistère).* Note de M. V. **Gouzien**, transmise par M. Barrois.

La tranchée récente du chemin de fer de Châteaulin à Camaret traverse les couches paléozoïques de la partie occidentale du synclinorium médian de la Bretagne où les affleurements sont mauvais et localisés. Son étude détaillée permet de préciser les contours tracés par M. Barrois de 1876 à 1880 et de 1898 à 1901.

1° C'est ainsi qu'il convient de prolonger de 2^{km} vers le Sud-Ouest le synclinal dévonien du Fret; près de Perros j'ai trouvé les termes suivants :

a. Schistes et quartzites de Plougastel;

b. Grès à *Orthis Monnieri*, Rouault;

c. Grauwacke coblencienne;

d. Schistes de Porsguen à *Phacops Potieri*, Bayle.

2° Dans la région centrale la continuation de l'est à l'ouest des anticlinaux de Grès armoricain devient visible et le déplacement horizontal de 3^{km} exprimé par la faille F dite de rejet de M. Kerforne ne rend plus compte des faits observés.

Comme M. Barrois je considère que les plissements qui ont déterminé la tectonique de la presqu'île sont dus à de puissantes poussées tangentielles contemporaines du Carbonifère et que les plis sont faillés suivant leurs flancs étirés.

3° Enfin j'ai été assez heureux pour découvrir la faune seconde silurienne dans l'intercalation gréseuse locale dite de Kerarvail.

GÉOLOGIE. — *Sur la stratigraphie du Trias de la zone du Briançonnais.* Note de MM. M. **Gignoux** et E. **Raguin**, présentée par M. H. Douvillé.

Jusqu'à ces dernières années, on admettait, à la suite des publications de W. Kilian, que le Trias briançonnais comportait, de haut en bas, les termes suivants :

Rhétien : schistes noirs et lumachelles à *Avicula contorta*.

Trias supérieur : dolomies capucin, schistes bariolés, épaisse série de cargneules et de gypses dits supérieurs.

Trias moyen : Calcaires « francs », dolomitiques au sommet [dolomies dites à

Gyroporelles (¹)], Schistes et calcaires mal définis, complexe peu épais de cargneules et de gypses dits inférieurs.

Trias inférieur : quartzites.

Si nous laissons de côté les quartzites, dont l'âge n'a jamais été discuté, on peut dire que les points de repère les plus aisément reconnaissables dans cette série étaient fournis par les deux niveaux de cargneules et gypses, inférieurs et supérieurs. Sur les cartes géologiques, on s'efforçait donc de répartir les gypses briançonnais entre ces deux niveaux.

Néanmoins, et depuis longtemps déjà, quelques obscurités étaient apparues : W. Kilian, en particulier, avait déjà remarqué qu'en certains points des gypses attribués au niveau supérieur venaient se fondre avec d'autres qui, d'après leurs rapports stratigraphiques au voisinage, se montraient appartenir au niveau inférieur. Il fallait donc admettre que là toute la masse des calcaires francs avait disparu, ce que W. Kilian expliquait par la gypsification de ces calcaires, théorie due à Marcel Bertrand.

Une autre conséquence particulièrement importante de cette stratigraphie était que, dans le puissant complexe des calcaires du Briançonnais, on ne se croyait autorisé à séparer une partie liasique et une partie triasique que si l'on pouvait voir s'intercaler entre elles les gypses du Keuper.

Au cours de ces dernières années, les observations faites par nous dans diverses régions briançonnaises très éloignées (depuis la Haute-Isère jusqu'au Guil) nous ont amenés, en commun accord, à modifier cette conception, et à admettre que :

1° Dans la zone du Briançonnais, il n'y a qu'un seul niveau stratigraphique de gypses, celui des gypses inférieurs qui, associé à des cargneules et à des schistes, surmonte plus ou moins directement les quartzites de base.

2° Le passage du Trias au Lias se fait sans interposition d'un horizon gypseux : les bancs supérieurs des dolomies à Gyroporelles prennent les caractères des dolomies capucin ; il y apparaît des intercalations schisteuses, auxquelles s'associent les premiers bancs de lumachelles rhétiennes ; certains bancs de dolomies capucin sont parfois un peu cargneulisés en

(¹) En réalité, le seul exemple d'une Gyroporelle vraiment typique était celui figuré par Kilian et Hovelacque dans une coupe mince des dolomies d'Escreins. Mais en 1930, D. Schneegans, seul, puis en compagnie de l'un de nous, en a récolté dans la région de Névache de magnifiques échantillons macroscopiques, actuellement en cours d'étude.

surface; mais il n'y a pas à ce niveau de véritables cargneules, et en tout cas pas de gypses ([1]).

Ajoutons que cette zone de passage est toujours assez mince (quelques mètres, par exemple) et qu'elle peut fort bien passer inaperçue; ainsi, dans les puissantes falaises de calcaires briançonnais, il peut arriver que la base soit triasique et le sommet liasique sans qu'une coupure bien apparente à première vue vienne les séparer.

3° Dans tous les cas où l'on croyait voir autrefois des gypses « supérieurs », qui apparaissaient superposés aux grandes masses de calcaires, il s'agit en réalité de superpositions anormales; d'ailleurs ces gypses ainsi déplacés tectoniquement se montrant avec une épaisseur bien plus considérable que ceux qui sont demeurés à leur place stratigraphique normale, c'est-à-dire à la base des calcaires. Le gypse a ainsi « changé d'étage » (P. Termier) ou pris de l'« avance tectonique» (M. G.); et les points où l'on croyait voir autrefois une réunion de gypses inférieurs et supérieurs sont précisément ceux où l'on peut saisir sur le vif ce changement d'étage, cette avance tectonique : ce sont les racines nourricières des injections gypseuses.

MAGNÉTISME TERRESTRE. — *Observations magnétiques à Tananarive.* Note de MM. **Ch. Poisson** et **J. Delpeut**, présentée par M. Ch. Maurain.

Les observations magnétiques organisées autrefois par le père Colin ont été reprises régulièrement depuis le 1er janvier 1929. Le service est assuré par le père Delpeut.

L'Observatoire a pour coordonnées : lat. 18°55'S., long. $3^h 10^m 12^s$E. Gr. Son altitude est 1370^m. Le sous-sol est de quartzite surmontant un gneiss granitique. Le pavillon magnétique est celui qu'utilisait le père Colin; la toiture en chaume a été remplacée par une toiture en fibro-ciment avec clous et crochets en cuivre.

([1]) Nous généralisons ainsi une observation locale déjà publiée par l'un de nous, (M. Gignoux, *C. R. sommaire des séances de la Société géologique de France*, 1929, p. 139) à propos de la coupe Trias-Lias de Saint-Crépin; nos conclusions s'accordent d'ailleurs, sur ce point, avec celles que vient de formuler C. Pussenot (*La nappe du Briançonnais et le bord de la zone des schistes lustrés entre l'Erc et le Guil*, Grenoble, Imprimerie Allier, 1930).

Les mesures absolues sont faites tous les quinze jours avec un théodolite Chasselon moyen modèle et une boussole d'inclinaison Brunner. Les enregistreurs des variations sont du modèle Mascart; le déclinomètre et le bifilaire sont ceux qui avaient servi antérieurement; une balance neuve a été acquise grâce à une subvention de l'Académie des Sciences; les deux premiers appareils sont montés, comme l'avait fait déjà le père Colin, avec des fils d'araignée, moins hygroscopiques et de torsion plus faible que les fils de cocon; l'étalonnage est fait deux fois par mois.

Les valeurs moyennes pour l'année 1929 ont été :

Déclinaison	D = 8°6',7 W
Composante horizontale	H = 0,21649
Composante verticale	Z = 0,29073
Inclinaison	I = 53°19',6
Force totale	F = 0,36249

Les tableaux suivants donnent, pour l'année 1929, les moyennes mensuelles et les moyennes de chaque heure pour l'année, pour D, H et Z. Les heures sont celles du temps zonal, qui est en avance de 3 heures sur le temps moyen de Greenwich. Le détail des résultats par mois sera donné ailleurs.

Moyennes mensuelles.

	Janv.	Févr.	Mars.	Avril.	Mai.	Juin.	Juill.	Août.	Sept.	Oct.	Nov.	Déc.
D...	8°5',55	6',36	6',57	8',99	9',45	7',11	4',22	5',44	6',15	7',34	6',62	7',12
H...	0,21644	651	689	688	682	698	715	697	640	576	543	567
Z...	0,29070	64	51	83	131	83	78	97	80	46	37	53

Moyennes annuelles pour chaque heure.

	1h.	2h.	3h.	4h.	5h.	6h.	7h.	8h.	9h.	10h.	11h.	12h.
D...	8°7',02	6',99	7',04	7',15	7',13	7',36	7',64	8',67	9',48	9',53	8',17	6',18
H...	0,21643	641	639	638	637	637	638	642	646	654	664	671
Z...	0,29077	79	80	82	83	83	84	83	80	73	68	63

	13h.	14h.	15h.	16h.	17h.	18h.	19h.	20h.	21h.	22h.	23h.	24h.
D...	8°4',41	3',47	3',34	4',12	5',63	6',52	6',76	6',85	7',02	7',10	7',12	7',10
H...	0,21670	668	662	655	654	652	650	645	646	645	643	644
Z...	0,29060	61	63	65	67	68	69	70	71	73	74	76

ENTOMOLOGIE. — *Les soies hypopleurales d'*Orygma luctuosa *Meig.* (*Myodaire inférieur*) *et le principe de la connexion des organes.* Note de M. **L. Mercier**, présentée par M. E.-L. Bouvier.

Les observations d'Osten-Sacken (*Trans. Ent. Soc. Lond.*, 1884) et de Pandellé (*Rev. Ent. Caen*, 1888) ont établi que les *Tachinidæ* se distinguent des *Anthomyidæ* par la présence de soies hypopleurales formant une herse au-devant du stigmate métathoracique. Ce caractère chétotaxique, d'une réelle importance, offre cependant quelques rares exceptions. C'est ainsi que, d'après Villeneuve (1924) (1), les deux *Tachinidæ* suivants : *Pododexia arachna* B. B. et *Beria lanata* Villen. ne présentent pas de soies hypopleurales, alors que l'*Anthomyidæ*, *Syllegoptera ocypterata* Zett. en possède. « Même, un Myodaire inférieur, *Orygma luctuosa* Meig., a des soies hypopleurales. » Mais Villeneuve fait remarquer que celles-ci « sont, cependant, autrement situées que d'ordinaire ».

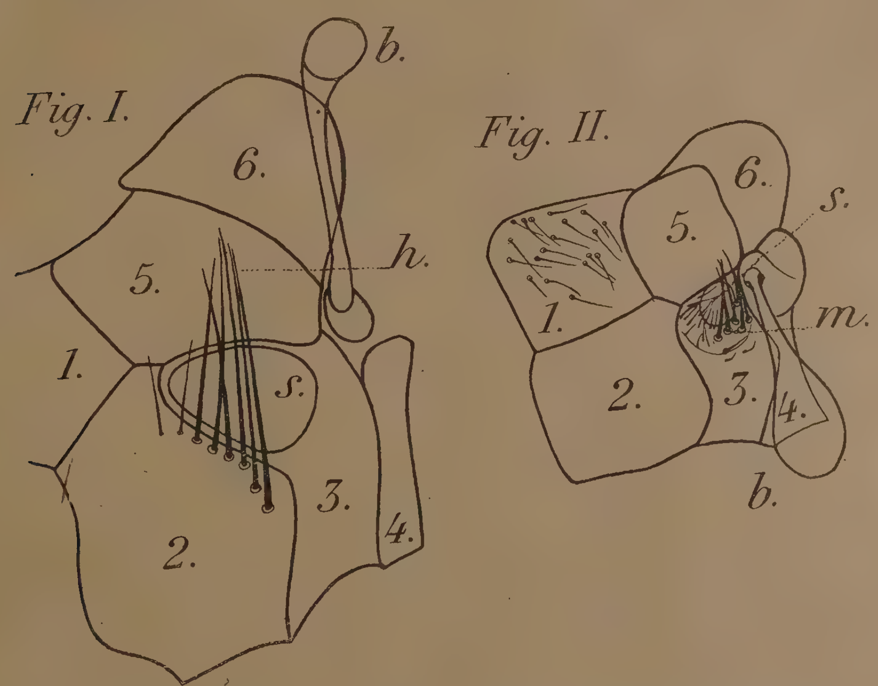
On sait que chacun des trois segments thoraciques (pro-, méso- et métathorax) d'un Diptère se compose d'une plaque dorsale (*notum*), d'une plaque ventrale (*sternum*) et d'une paire de plaques latérales (*pleura*). Avec Hendel (1928) (2), j'admets que chaque pleurite est composée de deux pièces : l'une antérieure, l'épisternite, et l'autre postérieure, l'épimérite. Le complexe formé de chaque côté du thorax par le méropleurite (pièce résultant de la fusion du mérite et de l'épimérite ventral du mésothorax), l'épisternite et l'épimérite du métathorax constitue l'hypopleure (Hendel, *loc. cit.*, p. 31, remarque 2). Le terme d' « hypopleure » n'a donc qu'une valeur purement descriptive; il répond à un complexe de pièces appartenant au mésothorax et au métathorax. Les macrochètes insérées sur les hypopleures peuvent, à la rigueur, être désignées sous le nom de soies hypopleurales. Mais, comme nous allons le voir en étudiant comparativement les soies hypopleurales de *Pollenia rudis* F. (*Tachinidæ*) et celles d'*Orygma luctuosa* Meig. (Myodaire inférieur), cette façon de faire est contraire au principe de la connexion des organes. En effet, comme le dit E. Geoffroy Saint-Hilaire (*Philosophie zoologique*, 1830, p. 214) : « La

---

(1) J. Villeneuve, *Contribution à la classification des* Tachinidæ *paléarctiques* (*Ann. des Sc. Nat. zool.*, 10e série, 7, 1924, p. 5).

(2) Fr. Hendel, *Die Tierwelt Deutschlands*, 11 T., *Zweiflüger oder* Diptera. II Allgem. T., Fischer, Iéna, 1928, p. 29.

nature n'a, pour former les animaux, qu'un nombre limité d'éléments organiques, qu'elle peut raccourcir, amoindrir, effacer, mais non déranger de leurs places respectives. »



Une partie des pleures de *Pollonia rudis* F. (Fig. I × 45) et d'*Orygma luctuosa* Meig. (Fig. II × 65) après traitement par la potasse et montage en baume. 1, épimérite dorsal du mésothorax; 2, épimérite ventral du mésothorax (hypopleure p. p.); 3, épisternite du mésothorax; 4, épimérite du métathorax; 5, pleurotergite ventral; 6, pleurotergite dorsal; *s*, stigmate métathoracique *b*, balancier; *h*, soies hypopleurales; *m*, soies métastigmatiques.

Les soies hypopleurales de Pollenia rudis *F.* — La figure I représente une portion des pleures de *P. rudis* F. On constate que les soies hypopleurales (*h*) sont insérées le long du bord postérieur de l'épimérite ventral du mésothorax (2), et que le stigmate métathoracique (*s*) est situé sur l'épisternite du métathorax (3).

*Les soies hypopleurales d'*Orygma luctuosa *Meig.* — L'examen de la figure II montre que chez *O. luctuosa*, l'épimérite ventral du mésothorax (2) ne porte aucune soie. Les soies protectrices (*m*) du stigmate métathoracique (*s*) sont insérées sur l'épisternite du métathorax (3).

Conclusions. — Si l'on conserve la dénomination de « soies hypopleu-

rales », expression consacrée par l'usage, pour désigner les soies portées par l'épimérite ventral du mésothorax (hypopleure p. p.) chez les *Tachinidæ*, on ne peut parler de soies hypopleurales chez *O. luctuosa* sans créer une confusion regrettable. A mon avis, c'est méconnaître le principe de la connexion des organes que donner le même nom à des soies qui sont portées par deux pièces différentes de l'exosquelette thoracique.

Pour éviter toute confusion, je propose de donner le nom de « soies métastigmatiques » aux soies annexées aux stigmates métathoraciques chez *O. luctuosa*.

PHYSIOLOGIE. — *Variations, au cours du scorbut aigu expérimental, de la teneur en chlore et de la teneur en eau des muscles striés, du foie et des reins.* Note de Mme **Lucie Randoin** et Mlle **Andrée Michaux**, présentée par M. E. Leclainche.

Dans une récente Note, nous avons montré que l'usage d'un régime scorbutigène détermine une diminution importante de l'excrétion chlorurée et qu'une partie de l'excès de chlore se retrouve dans le sérum sanguin [1]. Mais cette rétention chlorurée ne se produit-elle pas aussi dans certains tissus? Telle est la nouvelle question que nous nous sommes posée.

Technique. — Nous avons recherché, au moyen de la méthode de Laudat adaptée [2], les teneurs en chlore des *tissus musculaire, hépatique et rénal*, chez des Cobayes recevant : les uns, un *régime naturel* (lot I); d'autres, notre *régime artificiel complet* (lot II); d'autres enfin, ce même *régime, mais privé exclusivement de vitamine antiscorbutique ou vitamine* C [3] (lot III). Parallèlement, nous avons déterminé les teneurs en eau.

Enfin, les régimes donnés aux individus des lots II et III étant relativement riches en chlore, nous avons effectué les mêmes dosages chez des Cobayes recevant ces régimes artificiels plus ou moins déchlorurés.

Les résultats obtenus sont groupés dans les trois tableaux ci-après (voir pages 109 et 110).

---

(1) Mme L. Randoin et Mlle A. Michaux, *Comptes rendus*, 191, 1930, p. 1378.

(2) Le détail de la technique sera publié dans un autre Recueil.

(3) Régime scorbutigène de L. Randoin, composé comme suit : farine de haricots blancs, 83; levure de bière sèche, 3; graisse de beurre, 5,5; lactate de calcium, 5; *chlorure de sodium*, 1,5; papier filtre, 2 (*Bull. Soc. Chim. biol.*, 5, 1923, p. 806).

Résultats et conclusions. — I. Chez le Cobaye adulte normal, pour 1000g de tissu frais, les muscles striés renferment, en moyenne : 778g *d'eau* et 0g,50 *de chlore ;* le foie, 747g *d'eau* et 0g,85 *de chlore ;* les reins, 795g *d'eau* et 1g,92 *de chlore* (voir les deux premiers tableaux).

II. Chez le Cobaye exclusivement privé de vitamine antiscorbutique, il ne se produit tout d'abord aucune variation notable, mais, à partir du moment où s'aggravent les symptômes caractéristiques du scorbut, les teneurs en eau et en chlore s'élèvent plus ou moins dans les trois sortes de tissus. En ce qui concerne le foie et les reins, cette augmentation s'explique en partie par la perte de poids subie par ces organes à la fin du scorbut aigu, car les quantités totales de chlore et d'eau que renferment le foie entier ou les reins entiers demeurent normales jusqu'à la mort (voir les trois tableaux).

Mais il n'en est pas de même pour le chlore musculaire qui augmente dans des proportions considérables : de 0g,50 pour 1000, *la teneur s'élève à 1g et peut même atteindre* 1g,46 *et* 1g,67 pour 1000.

III. *Cette rétention chlorurée dans les muscles du Cobaye scorbutique*, tout comme les lésions de néphrite observées antérieurement, *paraît bien due au seul défaut de vitamine* C, car la rétention chlorurée est également déterminée, — à un degré un peu moindre, — par les régimes scorbutigènes pauvres en chlore (voir les régimes *b'* et *c'* à la fin du troisième tableau).

Cobayes recevant le régime naturel (lot I).

	Muscles.		Foie.			Reins.		
	Eau pour 1000g.	Chlore pour 1000g.	Eau pour 1000g.	Chlore pour 1000g.	Chlore du foie total.	Eau pour 1000g.	Chlore pour 1000g.	Chlore des deux reins.
	g 776,82	g 0,54	g —	g 0,87	g 0,022	g 786,91	g 1,77	g 0,006
	—	0,47	—	0,92	0,033	—	2,26	0,015
	776,33	0,50	743,66	0,95	0,019	818,20	1,91	0,010
	785,24	0,50	740,89	0,88	0,019	808,11	2,12	0,009
	781,06	0,43	750,85	0,85	0,016	792,06	2,16	0,009
Moy.	779,85	0,49	745,13	0,89	0,022	801,32	2,04	0,010

Cobayes soumis au régime artificiel complet (lot II).

Jours.	Muscles. Eau pour 1000g.	Muscles. Chlore pour 1000g.	Foie. Eau pour 1000g.	Foie. Chlore pour 1000g.	Foie. Chlore du foie total.	Reins. Eau pour 1000g.	Reins. Chlore pour 1000g.	Reins. Chlore des deux reins.
a. — Régime habituel renfermant 1,5 pour 100 de NaCl :								
	g	g	g	g	g	g	g	g
15e......	784,93	0,45	751,14	0,66	0,014	800,43	1,80	0,007
20e......	776,80	0,56	739,91	0,76	0,023	800,28	1,77	0,010
24e......	776,41	0,56	750,92	0,93	0,030	773,72	1,86	0,009
39e......	768,66	0,46	755,05	0,92	0,028	777,48	1,79	0,008
Moy...	**776,70**	**0,51**	**749,25**	**0,82**	**0,023**	**787,98**	**1,81**	**0,009**
b. — Régime ne renfermant que 0,5 pour 100 de NaCl :								
33e......	769,00	0,43	737,28	0,82	0,017	761,44	1,32	0,004
c. — Régime sans NaCl :								
41e......	774,27	0,42	743,35	0,55	0,017	767,82	1,34	0,006

Cobayes soumis au régime privé de vitamine antiscorbutique. (lot III).

Jours.	Muscles. Eau pour 1000g.	Muscles. Chlore pour 1000g.	Foie. Eau pour 1000g.	Foie. Chlore pour 1000g.	Foie. Chlore du foie total.	Reins. Eau pour 1000g.	Reins. Chlore pour 1000g.	Reins. Chlore des deux reins.
a′. — Régime habituel renfermant 1,5 pour 100 de NaCl :								
14e......	760,17	0,56	752,89	0,92	0,013	823,22	1,93	0,010
21e......	778,13	0,51	725,31	1,08	0,018	821,93	2,02	0,009
25e......	769,73	0,67	737,83	1,03	0,018	801,01	1,23	0,004
Période pré-mortelle	—	1,04	—	0,94	0,015	—	2,47	0,010
	783,51	0,89	739,21	0,93	0,013	800,04	2,03	0,009
	778,06	1,05	731,88	1,03	0,015	807,01	2,21	0,007
	779,35	0,94	796,73	1,82	0,033	827,42	1,89	0,009
	808,15	1,46	780,32	1,52	0,023	833,64	1,89	0,011
	808,41	1,67	770,66	1,31	0,023	798,61	2,25	0,009
	819,80	1,13	775,45	1,60	0,027	829,91	1,79	0,008
Moy...	**796,21**	**1,17**	**765,81**	**1,30**	**0,021**	**816,10**	**2,07**	**0,009**
b′. — Régime ne renfermant que 0,5 pour 100 de NaCl :								
35e......	773,79	1,04	765,55	1,29	0,020	816,07	1,38	0,005
c′. — Régime sans NaCl :								
36e......	774,20	0,95	743,63	1,24	0,018	830,08	1,33	0,006

PHARMACODYNAMIE. — *Sur l'antagonisme cardiaque de la pilocarpine et de la tropine.* Note [1] de M. **Raymond-Hamet**, transmise par M. Charles Richet.

Depuis que les chimistes leur ont appris que l'atropine est l'éther tropique de la tropine, les pharmacologistes se sont efforcés de déterminer le groupement auquel il faut, dans la molécule de l'atropine, attribuer l'action vagolytique de cette substance.

Pour Hazard, la tropine paralyserait réellement le vague et posséderait par conséquent une action atropinique que l'éthérification ne ferait qu'exalter. Mais nous avons montré que si la tropine supprime les effets cardiaques de l'excitation électrique du vague au cou, elle laisse subsister l'action cardio-inhibitrice de l'acétylcholine, ce qui nous a permis d'affirmer que l'action de la tropine sur le vague est nicotinique et non atropinique.

Depuis lors, Hazard [2] a dit que la tropine « n'agit pas ou n'agit pas seulement comme la nicotine, en paralysant les ganglions », car, quand on injecte une dose considérable de tropine à un chien dont le cœur subit l'action cardio-inhibitrice forte et prolongée d'une dose élevée de pilocarpine, « on voit presque immédiatement le cœur reprendre ses battements, puis accélérer son rythme et augmenter l'amplitude de ses contractions d'une façon parfois considérable et assez prolongée ».

D'après Hazard cette phase d'excitation cardiaque ne pourrait être attribuée à une action cardiotonique de la tropine ; car il résulterait de ses travaux antérieurs [3] que cette base provoque chez le chien « d'une manière constante, un ralentissement du rythme cardiaque, avec diminution de l'amplitude des systoles auriculaires et ventriculaires » et que le « rythme cardiaque est d'autant plus ralenti que la dose injectée est plus forte ».

Mais nos recherches sur la tropine nous ont montré que :

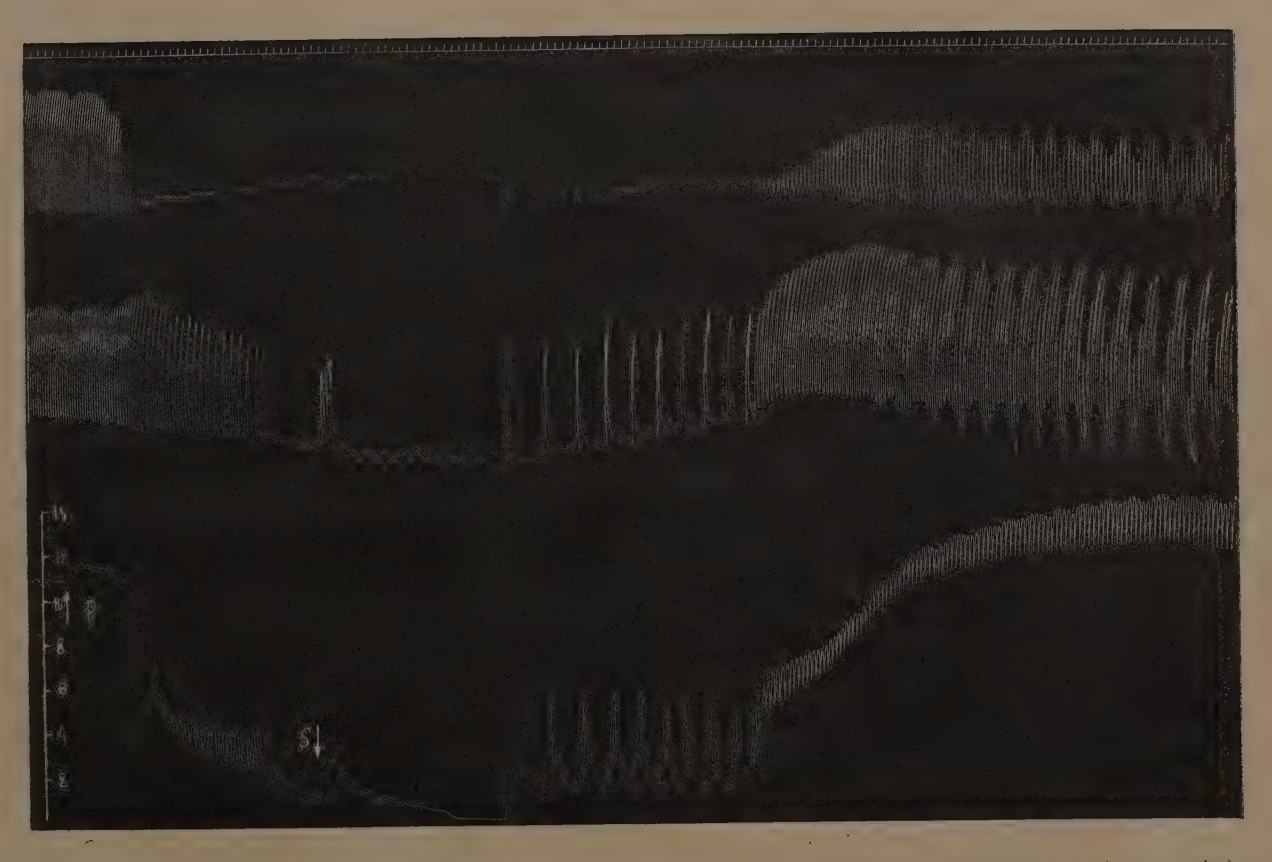
1° La tropine exerce souvent sur le cœur une action stimulante. Cette action que l'on constate parfois après l'injection des doses moyennes (40^{mg} par kilogramme) s'observe très souvent après l'injection des doses fortes

---

(1) Séance du 5 janvier 1931.

(2) R. Hazard, *Comptes rendus*, 189, 1929, p. 874-876, et in *Arch. internat. de Pharmacodynamie*, 38, 1930, p. 273.

(3) R. Hazard et L.-J. Mercier, *Comptes rendus*, 181, 1925, p. 526-528 et 934-936.



Expérience du 17 novembre 1930. Chien de 8kg anesthésié par le chloralose (12cg par kilogramme) ayant ses vagues coupés et soumis à la respiration artificielle. — Première ligne : temps en secondes; deuxième ligne : contractions auriculaires enregistrées par la méthode « de suspension »; troisième ligne : contractions ventriculaires enregistrées par la méthode « de suspension »; quatrième ligne : variations de la pression carotidienne enregistrées par le manomètre à mercure. En P injection dans la saphène de 16mg de chlorhydrate de pilocarpine dissous dans 8cm³ de soluté physiologique de chlorure de sodium. En S injection dans le ventricule de 160mg de sulfate de spartéine dissous dans 16cm³ de soluté physiologique de chlorure de sodium.

(100^{mg} par kilogramme) c'est-à-dire de celles qu'a employées Hazard lorsqu'il a étudié l'antagonisme de la tropine et de la pilocarpine.

2° Il est exceptionnel que chez un chien, soumis à l'action d'une dose forte de pilocarpine, l'injection de tropine fasse apparaître des contractions cardiaques plus amples et plus fréquentes qu'elles ne l'étaient avant l'action de la pilocarpine. D'ordinaire la tropine se borne à supprimer l'inhibition cardiaque pilocarpinique et à faire apparaître des contractions cardiaques dont la fréquence et l'amplitude restent inférieures à ce qu'elles étaient initialement.

Ainsi donc le phénomène caractéristique de l'antagonisme cardiaque de la pilocarpine et de la tropine est la réapparition, sous l'action de celle-ci, des contractions cardiaques inhibées par celle-là.

Or c'est là un phénomène qu'on peut observer si l'on remplace la tropine par la spartéine, c'est-à-dire par une substance qui n'agit pas comme l'atropine mais qui, à la façon de la nicotine, paralyse les synapses. Le tracé qui illustre cette Note montre que, quand on administre à un chien une dose de pilocarpine suffisante pour provoquer une inhibition cardiaque forte et durable, il suffit d'injecter, soit intraventriculairement, soit intraveineusement, une dose forte de sulfate de spartéine pour faire réapparaître les contractions cardiaques.

Il est donc permis de conclure que l'existence d'un antagonisme pilocarpine-tropine (¹) ne démontre nullement l'existence d'une action atropinique de la tropine.

(¹) Ajoutons que, pour Hazard, l'antagonisme de la tropine et de la pilocarpine se trouve encore démontré par un autre phénomène. D'après cet auteur, si l'on pratique deux injections d'une même dose de pilocarpine, la première avant l'administration de tropine, la seconde après celle-ci, on constate que cette seconde injection n'a que des effets « très atténués par rapport à l'action primitive ». Mais ce phénomène se produit déjà en l'absence de tropine et il suffit d'ouvrir un traité de pharmacologie pour y apprendre que, sur le cœur, la deuxième application de la pilocarpine se montre toujours beaucoup moins efficace que la première.

PHARMACODYNAMIE. — *Influence de la concentration des ions hydrogène sur la fixation du chlorhydrate de cocaïne, par adsorption, sur les fibres nerveuses.* Note de MM. **Jean Régnier** et **Guillaume Valette**, présentée par M. A. Desgrez.

Dans une Note précédente (1), nous avons montré que le chlorhydrate de cocaïne se fixait sur le charbon animal et sur les fibres nerveuses par un processus d'adsorption normale. Il nous a paru intéressant de rechercher quelle influence exerçait la variation du pH des solutions anesthésiques sur ce processus physico-chimique.

1° *Action du* pH *sur l'adsorption de la cocaïne par le charbon animal.* — Les essais ont été faits en utilisant des solutions de chlorhydrate de cocaïne 0,005 N (1g,697 pour 1000), faites avec des liquides de Ringer équilibrés à des pH déterminés par addition de quantités calculées de potasse N/10 et d'acide chlorhydrique N/10. Ces pH étaient déterminés colorimétriquement par les indicateurs aux nitrophénols (Michaelis).

Après avoir agité mécaniquement, pendant 2 heures, 0g,25 de charbon avec 50cm³ de solution, on mesurait de nouveau le pH de ces solutions et l'on dosait la cocaïne restante sur 25cm³ de filtrat.

Les résultats indiqués dans le tableau suivant montrent que le charbon, purifié par lavages à l'acide fluorhydrique et extractions répétées à l'acide chlorhydrique, et ainsi presque privé de cendres (0g,65 pour 100), conserve un pouvoir tampon appréciable.

pH initial des solutions.	pH final des solutions.	Quantité fixée par gramme de charbon en gramme.	Quantité fixée par gramme de charbon en molécule.
3	4,4	0,083	$0,247.10^{-3}$
4,2	6,3	0,092	0,271 »
4,6	6,5	0,094	0,279 »
6	6,8	0,097	0,286 »
7	7	0,116	0,342 »
7,5	7,3	0,127	0,377 »

On voit que l'adsorption de la cocaïne par le charbon animal croît avec l'alcalinisation des solutions. Il est, de plus, remarquable que la courbe

(1) Jean Régnier et Guillaume Valette, *Étude du mode de fixation du chlorhydrate de cocaïne sur les fibres nerveuses* (*Comptes rendus*, 190, 1930, p. 1453).

exprimant les quantités adsorbées en fonction des pH initiaux se relève sensiblement à partir de pH = 6.

2° *Action du* pH *sur l'adsorption de la cocaïne par les nerfs isolés.* — Comme dans l'expérience précédente, nous avons utilisé des solutions de chlorhydrate de cocaïne 0,005 N, faites avec des liquides de Ringer amenés à différents pH. Deux fragments de pneumogastrique de bœuf, débarrassés de leur gaine conjonctive, de poids voisins de 10^{g}, étaient laissés pendant deux heures en contact avec 50$^{cm^3}$ de solution. La cocaïne restante était dosée sur 25$^{cm^3}$ de filtrat, et le pH des solutions était déterminé de nouveau après contact avec les nerfs. Les résultats suivants ont été obtenus :

pH initial des solutions.	pH final des solutions.	Quantité fixée par gramme de nerf en milligramme.	Quantité fixée par gramme de nerf en molécule.
3	6,6	0,08	$0,24.10^{-6}$
4	6,8	0,09	0,26 »
5,6	6,8	0,15	0,45 »
6,2	7	0,17	0,53 »
7,2	7	0,32	0,97 »
7,6	7,4	0,45	1,35 »

Nous voyons, d'après ces nombres et par l'examen de la courbe correspondante, que l'adsorption croît, comme tout à l'heure, au fur et à mesure de l'augmentation du pH. Mais, alors que, pour le charbon, l'adsorption augmente assez peu et devient simplement 1,5 fois plus grande quand le pH passe de 3 à 7,5, pour le nerf, l'augmentation se montre bien plus prononcée à partir de pH 6, et l'adsorption devient, quand on passe de pH 3 à pH 7,6, plus de 5 fois plus grande.

Ces résultats physico-chimiques, obtenus sur le nerf en survie, peuvent donc être rapprochés des résultats physiologiques obtenus par l'un de nous sur les terminaisons nerveuses de la cornée (1).

Nous y retrouvons notamment l'augmentation nette du processus à partir d'un certain pH voisin de la neutralité, et nous y voyons des valeurs d'augmentation qui sont du même ordre.

Il ressort enfin nettement, de la comparaison des expériences faites sur le charbon et sur le nerf, que le tissu vivant constitue un élément ayant une importance tout à fait particulière dans les phénomènes produits par l'accroissement de la concentration des ions OH.

---

(1) J. Régnier, *Influence de la concentration des ions hydrogène sur un phénomène physiologique : anesthésie de la cornée par le chlorhydrate de cocaïne* (*Thèse Doct. Sc.*, Paris, 1925, Brulliard imp., Saint-Dizier).

Ces résultats nous semblent venir à l'appui de l'hypothèse selon laquelle l'alcalinisation augmenterait l'action anesthésique du chlorhydrate de cocaïne, non seulement en modifiant, dans un sens plus favorable à la fixation, les propriétés physico-chimiques de la solution anesthésique, mais encore en renforçant le pouvoir de fixation de la cellule nerveuse elle-même.

ÉPIDÉMIOLOGIE. — *Sensibilité du renard au spirochète marocain*, Sp. hispanicum *var.* marocanum *Ch. Nicolle et Ch. Anderson*, 1928. *Le renard réservoir de virus de ce spirochète.* Note (1) de M. **P. Delanoë**, présentée par M. F. Mesnil.

J'ai signalé que les ornithodores des terriers des renards étaient infectants dans la moitié des cas (2). Le rôle susceptible d'être joué par le renard méritait donc d'être envisagé de très près.

J'ai pu démontrer d'une manière irréfutable *la sensibilité du renard au spirochète marocain* grâce à trois jeunes renards provenant du Parc zoologique d'Alger. Ces animaux étaient évidemment indemnes puisque le spirochète marocain est inconnu à Alger. Le sang du cœur de ces renards, injecté à des cobayes à dose variable de 5 à 7^{cm^3},5, n'en a infecté aucun.

Le jeune renard d'Algérie nº 1 a été inoculé dans le péritoine avec la forte dose de 3^{cm^3} de sang d'un cobaye riche en spirochètes. Au bout de 24 heures, l'examen du sang montre de *non rares* spirochètes. Au bout de 2 jours, spirochètes *rares*. Au bout de 3 jours, spirochètes *très rares*. Puis les spirochètes disparaissent définitivement pour ne plus reparaître à l'examen microscopique du sang. Mais une ponction du cœur patiquée le 14e jour permet de ramener 6^{cm^3} de sang qui, inoculés à deux cobayes, les infectent tous les deux. Par contre le sang retiré du cœur le 25e jour et le 27e jour après l'inoculation péritonéale n'infecte plus le cobaye.

A la suite de la forte inoculation péritonéale faite à ce renard, celui-ci s'est donc infecté. Infection peu grave en vérité et qui ne permet même pas d'affirmer qu'il y a eu *pullulation* des spirochètes dans le sang puisque le nombre des spirochètes est allé en diminuant à partir du moment où ils ont été constatés pour la première fois, c'est-à-dire dès le lendemain de l'inoculation.

---

(1) Séance du 5 janvier 1931.

(2) *Comptes rendus*, 188, 1929, p. 1013.

Le jeune renard d'Algérie n° 2 est traité de même façon que le précédent. Dès le lendemain de l'inoculation péritonéale, spirochètes *très rares* dans le sang. Au bout de 48 heures, spirochètes *nombreux*. Au bout de 3 jours, spirochètes *très nombreux*. *Cette fois la pullulation du spirochète dans l'organisme du renard ne fait plus aucun doute*. A partir du troisième jour, les spirochètes disparaissent de la circulation pendant 7 jours consécutifs pour reparaître le 13e jour : spirochètes *rares*. Ce deuxième et dernier accès parasitaire ne dure que 24 heures, après quoi les spirochètes disparaissent définitivement. Saigné le 25e jour, 5cm³ de sang du cœur n'arrivent pas à infecter 2 cobayes. Enfin sacrifié le 33e jour après l'inoculation péritonéale, soit 21 jours après que les spirochètes aient apparu pour la dernière fois dans le sang, le produit de broyage des centres nerveux n'arrive pas à infecter 4 cobayes sur 4 : *preuve que les spirochètes ne semblent pas se réfugier dans les centres nerveux du renard pour s'y conserver à l'état latent.*

Cette deuxième observation a le mérite de nous apprendre que l'infection du renard par le spirochète marocain peut être typiquement *récurrente*. Elle confirme que l'infection du renard est bénigne et ne dépasse guère deux septénaires.

Le jeune renard d'Algérie n° 3 fut piqué par une cinquantaine d'ornithodores et par un plus grand nombre encore de larves d'ornithodores. Nous savions que, dans ce lot d'insectes, il y en avait sûrement d'infectants. Quoique quotidiennement examiné pendant plus d'un mois, ce renard ne présenta jamais de spirochètes dans le sang. Mais le sang recueilli par ponction du cœur le 10e jour se montre infectant : deux cobayes sur deux, inoculés chacun avec 2cm³,5 de sang, s'infectent. Au bout du 16e jour, mêmes résultats : les deux cobayes inoculés s'infectent. Par contre les saignées du 23e et du 28e jour ne sont plus infectantes et les cobayes inoculés restent indemnes.

Chez ce renard donc, des suites des piqûres d'un grand nombre d'ornithodores, une infection très nette est résultée, quoique peu apparente, puisque les spirochètes n'ont jamais été vus au microscope. Cette infection a duré un peu plus de deux septénaires.

Nos recherches sur les renards marocains sont assez limitées puisqu'elles ne portent jusqu'ici que sur cinq animaux.

Renards marocains jeunes. — *Trois jeunes renards marocains sur trois se sont montrés spontanément infectés par le spirochète marocain*. L'infection des jeunes renards marocains est donc très répandue. Il est vrai de dire que nos recherches ont été faites pendant la saison chaude à un moment évidemment propice pour déceler les infections naturelles.

Deux de ces jeunes renards marocains ayant leurs deux membres antérieurs brisés par le piège n'étaient point viables. L'injection du produit de broyage des centres nerveux de l'un d'entre eux n'a pas infecté des cobayes,

ce résultat négatif étant à opposer au pouvoir infectant du sang : preuve que chez le renard du Maroc tout comme chez le renard d'Algérie, *le spirochète paraît incapable de demeurer dans les centres nerveux*.

Le troisième jeune renard marocain, qui me fut amené en parfait état, d'un poids de $2^{kg},700$, fut capturé dans les Oulad Fredj. Le jour même de son arrivée au laboratoire, 10^{cm^3} de sang du cœur sont inoculés à quatre cobayes à raison de $2^{cm^3},5$ de sang par animal. *Les quatre cobayes s'infectent et font une infection récurrente des plus typiques*. Le sérum du renard se montre très nettement protecteur à l'égard d'un spirochète, dit spirochète Abbo (isolé d'ornithodores provenant d'un terrier de porc-épic).

Le mélange d'une goutte de sang citraté de cobaye renfermant 2 à 3 spirochètes par champ microscopique et de $0^{cm^3},2$ de sérum, maintenu en contact un quart d'heure à la température du laboratoire, n'infecte pas le cobaye. La présence d'anticorps sériques chez ce renard coïncide donc avec celle du spirochète dans le sang ; ces anticorps sont le témoignage d'une infection en cours et non d'une immunité acquise.

Le sang, prélevé 9 jours et 19 jours après l'arrivée du renard au laboratoire, ne s'est plus montré infectant. Enfin 21 jours après sa capture, ce renard est sacrifié : le produit de broyage des centres nerveux n'infecte pas le cobaye, confirmation nouvelle du fait que le spirochète ne se maintient pas dans les centres nerveux.

Renards marocains adultes. — Les deux individus examinés n'étaient pas en état d'infection : le sang du cœur inoculé à des cobayes ne les a pas infectés. L'inoculation des centres nerveux de l'un de ces renards à des cobayes n'a pas été suivie d'infection.

L'un d'eux, capturé dans les Oulad Fredj, fut l'objet d'une étude systématique, son sérum fut reconnu doué de propriétés nettement protectrices à l'égard du spirochète Abbo. Enfin la *solide immunité* de ce renard fut démontrée par sa résistance complète à la forte inoculation péritonéale de 3^{cm^3} de sang d'un cobaye renfermant de très nombreux spirochètes Abbo : observé quotidiennement pendant un mois, les spirochètes n'ont jamais été vus dans le sang ; le sang de ce renard, prélevé par ponction du cœur, 10 et 15 jours après l'inoculation péritonéale, ne s'est pas montré infectant pour des cobayes.

CONCLUSIONS. — Le renard est sensible au spirochète marocain. Son rôle, comme réservoir de virus, est indéniable car les jeunes renards du Maroc sont fréquemment infectés par le spirochète, les renards adultes pouvant manifester une immunité acquise des plus solides.

Dans des pays comme l'Espagne où le porc-épic est très rare (communication orale de M. le Dr Sadi de Buen), le rôle du renard doit être fortement soupçonné et des recherches systématiques doivent être entreprises. De même, dans la zone internationale de Tanger, où la fièvre récurrente peut être contractée, l'exploration systématique des terriers des renards s'impose ainsi que des recherches faites sur les renards eux-mêmes.

A 15h50m l'Académie se forme en Comité secret.

COMITÉ SECRET.

La section d'Économie rurale, par l'organe de son Doyen, présente la liste suivante de candidats à la place vacante par le décès de M. *A.-Th. Schlœsing* :

En première ligne	M. Pierre Mazé.
En seconde ligne, ex æquo par ordre alphabétique	MM. Émile Demoussy, Richard Fosse, Maurice Javillier, Émile Schribaux, Henri Vallée.

A ces noms l'Académie adjoint celui de M. Gustave Moussu.

Les titres de ces candidats sont discutés.

L'élection aura lieu dans la prochaine séance.

La séance est levée à 16h45m.

E. P.

ERRATA.

—

(Séance du 29 décembre 1930.)

Note de M. *H. Deslandres*, Relations simples du spectre moléculaire avec la structure de la molécule :

Page 1406, ligne 26, *au lieu de* KBr qui serait émise dans l'élément Br, *lire* qui serait émise dans l'élément K.

Page 1407, ligne 11 du tableau, consacrée à $CaFl^2$:

au lieu de $316,5 = d_1/10 - 2,2$, *lire* $316,5 = 3d_1/10 - 2,2$.